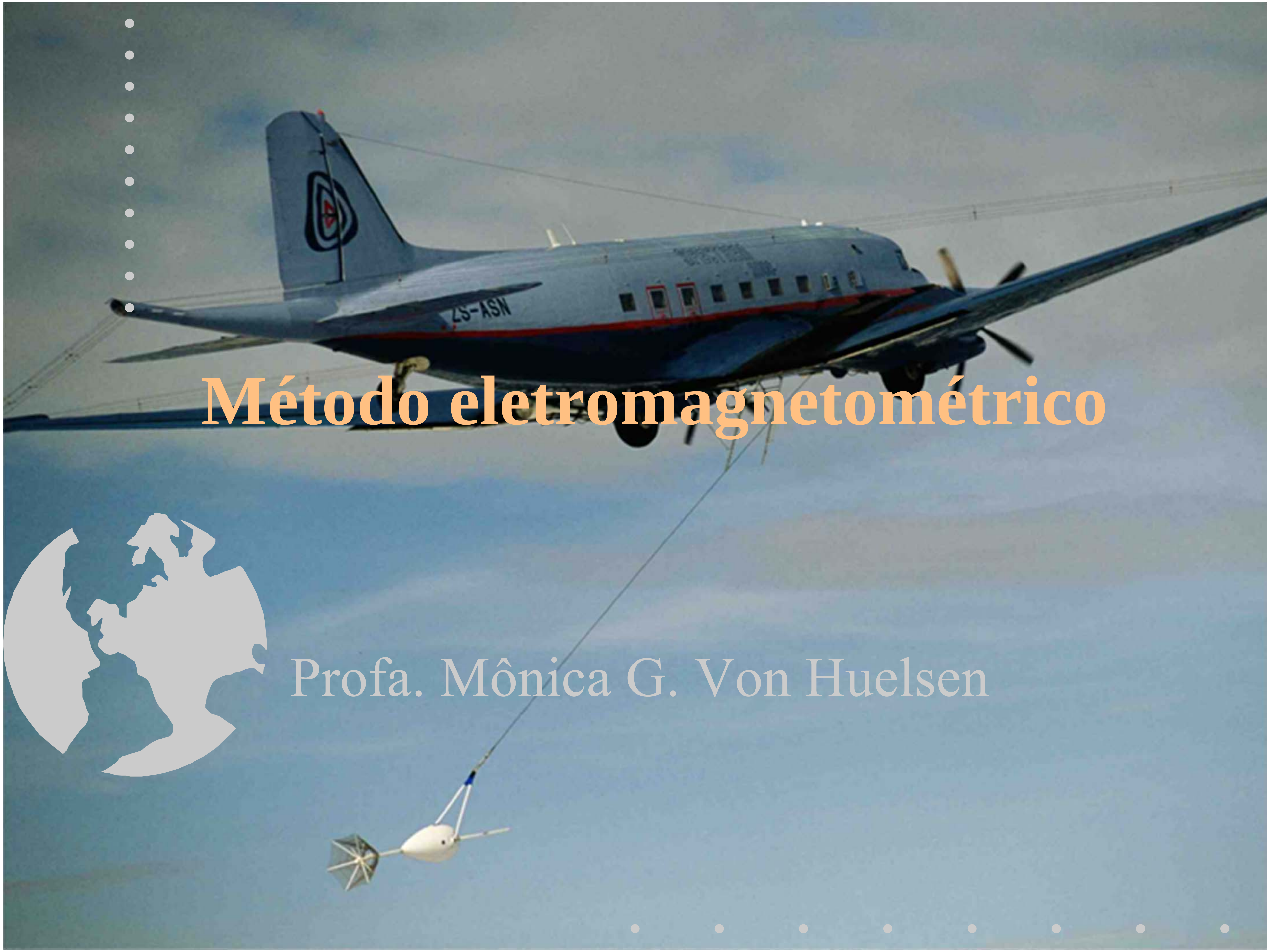
Método eletromagnetométrico



Profa. Mônica G. Von Huelsen

Objetivo:

O objetivo principal é oferecer ao aluno conceitos em métodos eletromagnetométricos indispensáveis ao entendimento de um levantamento geofísico – eletromagnetométrico e do processamento dos dados gerados.

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

No. de créditos (aula): 4

Cargo horária total: 60 h

Tipo: semestral

Docente respossável: Dra. Mônica G. Von Huelsen – 518310

[illegible]ção/ Método

Provas /exercícios

Aulas teóricas

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

Ementa:

- Introdução e conceitos
- Breve histórico e aplicação do método AEM
- Aplicações do sistema AEM
- Classificação dos sistemas aeroeletromagnéticos (AEM)
- Descrição de alguns sistemas AEM
- Equações de Maxwell no domínio do tempo
- Equação da onda
- Soluções da equação da onda
- Princípios físicos dos equipamentos EM

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

Bibliografia:

Livros:

An Introduction to Applied and Environmental Geophysics (Paperback)

by John M. Reynolds (Author)

Applied Geophysics

by W. M. Telford (Author), L. P. Geldart (Author), R. E. Sheriff

Electromagnetic Methods Vol.1: Theory (Investigations in Geophysics Series No. 2)

by Misac N. Nabighian (Author), M. N. Nabighian (Editor)

Electromagnetic Methods Appl Geophys., Vol 2 (Investigations in Geophysics, No. 3)

by Misac N. Nabighian (Editor)

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

Artigos

ANNAN, R. S. & ANNAN, A.P.1997. Advances in airborne time-domain EM technology. *Eletrical and Eletromagnetic methods*, paper 64, 498-504.

COLLET,L.S. 1986. Development of the airborne eletromagnetic technique. In: PALACKY,G.J. ed. *Airborne resistivity mapping. Geol. Survey Can Paper* 86-22, 9-18.

ELLIOT, P. 1998. The principles and pratice of FLAIRTEM. In: Exploration Geophysics. *The Bulletin of the Australian Society of Exploration Geophysicists*, **29**: 58, 60.

FILTERMAN, D. V., 1990, Ed., Developments and applications of modern airborne eletromagnetic surveys: *U. S. Geol. Surv. Bull*. 125, 216.

FOUNTAIN, D. 1998. Airborne eletromagnetic systems – 50 years of development. *Exploration Geophysics*, **29**: 1-11.

FRASER, D. C. 1972. A new multicoil aerial electromagnetic prospecting system. *Geophysics*, **37**(3): 518- 537.

—— 1978. Resistivity Mapping with an airborne multicoil eletromagnetic system, *Geophysics*, **43**(1), 144-172.

—— 1979. The multicoil II airborne eletromagnetic system. *Geophysics*, **44**(8): 1367-1394.

GEOTERREX – DIGHEM. 1999. Airborne & Ground Geophysics. http://www.cgg.com/acquisition/geoterrex/xacana/airborne/t_system.html. (acessado em 20 out. 2000).

MOGI, T., TANAKA, Y., KUSUNOKI, K., MORIKAWA, T. & JOMORI, N. 1998. Development of grounded electrical source airborne transient EM (GREATEM). In: Exploration Geophysics. *The Bulletin of the Australian Society of Exploration Geophysicists*, **29**: 61-64.

Nabighian, M.N., Macnae, J. C.. 2005. Electrical and EM methods, 1980-2005. . Society of Exploration Geophysicists. *The Leading Edge*; v. 24; no. Supplement; p. S42-S45; DOI: 10.1190/1.2112391

PALACKY, G. J. 1975. Interpretation of INPUT AEM measurements is areas of conductive overburden. *Geophysics*, **40** (3): 490-501.

—— 1976. Use of decay patterns for the classification of anomalies in time-domain AEM measurements. *Geophysics*, **41** (5): 1031-1041.

—— 1978. Selection of a suitable model for quantitative interpretation of twed-bird AEM measurements. *Gephysics*, **43**(3): 576 – 587.

—— 1981. The airborne electromagnetic method as tool of geological mapping. *Geophys. Prosp*., **29**, 60-88.

RYU, J., MORRISON, H. F. & WARD, S. H. 1970. Eletromagnetics fields about a loop source of current. *Geophysics*, **35**: 862-896.

SENGPIEL, K. P. 1983. Resistivity/deph mapping with airborne eletromagnetic survey data. *Geophysics*, **48**(2): 181-196.

—— 1986. Groundwater prospecting by multifrequency airborne eletromagnetic techniques. In: PALACKY, G. J. ed. *Airborne resistivity mapping*: Geol. Surv. Can. Paper 86-22: 131-138

SENGPIEL K. P. & FLUCHE, B. 1992. Application of airborne electromagnetics to groundwater exploration in Pakistan. - Z. dt. geol. Ges., **143**: 254-261, Hannover.

WAIT, J. R. 1951. A conducting sphere in a time varying magnetic field. *Geophysics*, **16**, 666-672.

—— 1967. Fields about an oscillating magnetic dipole over a two layer earth, and application to ground and airborne eletromagnetic surveys. *Quarterly of the Colorado School of Mines*, **62**, 1: 1-25.

INTRODUÇÃO

Desde 1950 estudos vem sendo realizados na aplicação da condutividade elétrica ao mapeamento geológico, com ênfase nos sistemas aeroeletromagnéticos. Estes sistemas usam o campo eletromagnético secundário obtido por contrastes em propriedades elétricas em subsuperfície em resposta a perturbações criadas por fontes eletromagnéticas naturais ou artificiais.

A diversificação na aplicação do sistema EM, que são geralmente portáteis, permite inúmeras combinações geométricas e eletrônicas do par de bobinas transmissora e receptora. Sua portabilidade permite que sejam utilizados nas vários levantamentos geofísicos, como nos de superfície que usam transmissores fixos e móveis e o receptor móvel, de subsuperfície (*drill holes*), e naqueles em que são portados em plataformas móveis (marítimas ou aéreas).

Todo processo segue as leis de Maxwell e as respostas que são medidas dependem do modo em que se processa a medição (domínio da freqüência ou do tempo), dos equipamentos empregados e da geometria transmissor/receptor que formam com o alvo energizado.

Propõe-se embasar o aluno com os assuntos: **Equações de Maxwell; Equação da onda; Soluções da equação da onda e Princípios físicos dos equipamentos EM. Fornecendo subsídio, aos estudantes em pós-graduação, para a compreensão das técnicas aeroeletromagnéticas empregadas num levantamento geofísico que visa à prospecção mineral**.

Lembrando ...

Gradiente de um escalar: ***O gradiente de um escalar representa a direção e a taxa com que o campo muda.***

Coordenadas cartesianas

$$\nabla b = \frac{\partial b}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial b}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial b}{\partial z}\vec{k}$$

Lembrando ...

Divergente de um vetor (resulta num escalar)

Coordenadas cartesianas

$$\nabla \cdot b = \frac{\partial b_x}{\partial x} + \frac{\partial b_y}{\partial y} + \frac{\partial b_z}{\partial z}$$

Obs: b (x,y,z) descreve o fluxo de um campo no ponto x,y,z, então o divergente é o fluxo externo por unidade de volume. Se o fluxo que entra é igual ao que sai então

$$\nabla \cdot b = 0$$

Lembrando ...

Rotacional de um vetor

Coordenadas cartesianas

$$\nabla x b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Lembrando ...

Rotacional de um vetor

Assim como o divergente o rotacional representa a derivada parcial de um campo vetorial, mas de modo diferente. É um vetor que mede a circulação do campo.

Para visualizar o rotacional imagine um remo colocado num fluído que fui de acordo com o vetor.O remo rotacionará se o rotacinal do vetor for diferente de zero.

Rotacional ou vórtice.

Se rotacional é zero o vetor é dito irrotacional ou conservativo.

$\nabla^2 a = 0$

Lembrando ...

Laplaciano de um escalar
A equação

$$\nabla^2 a = 0$$

É uma equação diferencial de 2ª. Ordem.
O operador refere-se ao Laplaciano e é equivalente ao divergente do gradiente.

$$\nabla^2 a = \nabla \cdot (\nabla a)$$

Em coordenadas cartesianas:

$$\nabla^2 a = \frac{\partial a}{\partial x^2} + \frac{\partial a}{\partial y^2} + \frac{\partial a}{\partial z^2}$$

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

Na maioria dos problemas considerar-se-á a Terra como um meio isotrópico, homogêneo, e os parâmetros elétricos independentes do tempo, da temperatura e da pressão.

O importante é que um modelo completo pode ser construído pela justaposição de várias regiões isotrópicas e homogêneas, onde uma equação de onda pode ser postulada para cada região, cuja solução baseia-se nas equações de Maxwell.

Assim, serão apresentadas as equações de Maxwell no domínio do tempo e seus conceitos físicos. Em alguns momentos as equações serão apresentadas no domínio da freqüência para facilitar o entendimento teórico e serão também enfocadas as equações de onda e suas soluções.

Equações de Maxwell no domínio do tempo

O campo eletromagnético é representado pela componente do campo elétrico e do campo magnético , e é uma manifestação da distribuição de carga regida pela lei de Coulomb (Nabighian & Macnae, 1987a):

$$\vec{\nabla} \cdot \varepsilon_0 \vec{e} = q$$

q = distribuição de carga (C/m3)

ε_0 = permeabilidade dielétrica

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

De acordo com a distribuição de carga dentro de um condutor poderá se estabelecer uma corrente elétrica. Esta movimentação pode ser descrita através da densidade de corrente (Nabighian & Macnae, 1987a): (divergente)

$$\vec{\nabla}.\vec{j} = -\frac{\delta q}{\delta t}$$

$$\nabla \cdot \mathrm{j} = \frac{\partial \mathrm{j}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{j}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{j}_z}{\partial z}$$

$\vec{j}$ = vetor densidade de fluxo de corrente (A/m^2);

t = tempo.

Assim, a densidade de corrente que flui num meio é um resultado do campo elétrico e varia linearmente com o mesmo, de acordo com a lei de Ohm (Nabighian & Macnae, 1987a):

$$\vec{j} = \sigma \vec{e}$$

σ = condutividade elétrica (S/m)

Como se pode observar, através da equação acima, existe uma dependência da densidade de corrente com a condutividade elétrica, que é a mais relevante propriedade física no estudo do método EM para freqüências inferiores a 100kHz

Em busca desta propriedade, a seguir serão equacionados os campos elétricos e magnéticos, bem como suas relações.

O campo elétrico pode ser definido em função de quatro vetores ***e*, *b*, *d*** e ***h*** (Ward & Hohmann, 1988), onde:

e: é a intensidade do campo elétrico (V/m);

b: é o campo magnético induzido (Wb/m2 ou Tesla);

d: é o deslocamento dielétrico (C/m2);

A aplicação de tensão provoca o surgimento de um campo elétrico <u>*e*</u> e a polarização P em um dielétrico.

A soma destes dois efeitos é chamada de deslocamento dielétrico

h: intensidade do campo magnético (A/m).

Evidências experimentais indicam que todo fenômeno eletromagnético obedece as equações de Maxwell, descritas no domínio temporal, por (Ward & Hohmann, 1988):

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

Lei de Faraday - Ela relaciona o campo elétrico com o magnético e mostra, também, que a corrente induzida surgirá opondo-se ao sentido da variação que a produziu (lei de Lenz)

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t}$$

$$\nabla x e = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ e_x & e_y & e_z \end{vmatrix}$$

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

lei de Ampère e mostra como o fluxo elétrico se modifica através do tempo

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} - \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \vec{j}$$

$$\nabla x h = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix}$$

T. de Geofísica: Introdução ao Método eletromagnetométrico

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{b} = 0$$

Lei de Gauss magnética - demonstra que através de qualquer superfície fechada o fluxo do vetor indução magnética é zero (ou seja, não existem pólos magnéticos isolados)

$$\nabla . \vec{\varepsilon} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

microscopicamente

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{d} = \rho$$

macroscopicamente

lei de Gauss que fornece o fluxo do campo elétrico numa superfície fechada que é igual à carga líquida encerrada por ela (Stratton, 1941). Indica que existe campo eletrostático originado por cargas elétricas. É possível encontrar cargas elétricas isoladas na natureza (monopólos elétricos.

Estas equações são baseadas nos experimentos de Faraday e Ampère.

Métodos eletromagnéticos

- Pela lei de Faraday, o campo elétrico é gerado pela variação do campo magnético e pela lei de Ampère, o campo magnético é criado quando ocorre a variação da densidade de corrente no tempo.

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} - \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \vec{j}$$

Métodos eletromagnéticos

- equações acima serão explicitadas através da equação da onda e posteriormente serão solucionadas .

ATDEM

- Tomando-se o rotacional nas equações 1 e 2 (ao lado, considerando-se as funções $\vec{e}$ e $\vec{h}$ contínuas e a região em estudo, homogênea

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} - \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} . \vec{j} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{e} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{h} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla x(\vec{\nabla} \times \vec{e}) + \nabla x\left(\frac{\partial \vec{b}}{\partial t}\right) = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} - \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \vec{j}$$

$$\nabla \times (\vec{\nabla} \times \vec{h}) - \nabla \times (\frac{\partial \vec{d}}{\partial t}) = \nabla \times \vec{j}$$

Métodos eletromagnéticos

- μ : permeabilidade magnética (weber/Am);
- ε : permeabilidade dielétrica (C2/Nm2);
- σ = condutividade elétrica (Siemens/m).
- São variáveis independentes do tempo:

$$d = \varepsilon e$$

$$b = \mu h$$

$$j = \sigma e$$

Métodos eletromagnéticos

- substituindo

$$\nabla x(\vec{\nabla}\times\vec{e})+\nabla x\left(\frac{\partial\vec{b}}{\partial t}\right)=0$$

$$\nabla x(\vec{\nabla}\times\vec{e})+\nabla x\left(\frac{\partial(\mu h)}{\partial t}\right)=0$$

$$\nabla\times(\vec{\nabla}\times\vec{h})-\nabla\times(\frac{\partial\vec{d}}{\partial t})=\nabla\times\vec{j}$$

$$\nabla\times(\vec{\nabla}\times\vec{h})-\nabla\times(\frac{\partial(\varepsilon e)}{\partial t})=\nabla\times(\sigma e)$$

Métodos eletromagnéticos

- ou

$$\nabla x(\vec{\nabla}\times\vec{e})+\nabla x\left(\frac{\partial(\mu h)}{\partial t}\right)=0$$

$$\nabla x\vec{\nabla}\times\vec{e}+\mu\nabla x\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)=0$$

$$\nabla\times(\vec{\nabla}\times\vec{h})-\nabla\times(\frac{\partial(\varepsilon e)}{\partial t})=\nabla\times(\sigma e)$$

$$\nabla\times\vec{\nabla}\times\vec{h}-\varepsilon\nabla\times\frac{\partial e}{\partial t}=\sigma\nabla\times e$$

Métodos eletromagnéticos

- Como h e e são funções contínuas e possuem 1ª e 2ª. Derivadas contínuas:

$$\nabla x \vec{\nabla} \times \vec{e} + \mu \nabla x \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) = 0$$

$$\nabla x \vec{\nabla} \times \vec{e} + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla x h) = 0$$

$$\nabla \times \vec{\nabla} \times \vec{h} - \varepsilon \nabla \times \frac{\partial e}{\partial t} = \sigma \nabla \times e$$

$$\nabla \times \vec{\nabla} \times \vec{h} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times e) = \sigma \nabla \times e$$

Métodos eletromagnéticos

- As quantidades $\vec{\nabla}\times\vec{h}$ e $\vec{\nabla}\times e$ são:

$$\vec{\nabla}\times\vec{e}+\frac{\partial\vec{b}}{\partial t}=0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{h}-\frac{\partial\vec{d}}{\partial t}=\vec{j}$$

$$d=\varepsilon e$$

$$j=\sigma e$$

$$\nabla x\vec{\nabla}\times\vec{e}+\mu\frac{\partial}{\partial t}(\nabla x h)=0$$

$$\nabla x\vec{\nabla}\times\vec{e}+\mu\frac{\partial}{\partial t}(j+\frac{\partial d}{\partial t})=0$$

$$\nabla x\vec{\nabla}\times\vec{e}+\mu\varepsilon\frac{\partial^2 e}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial e}{\partial t}=0$$

Métodos eletromagnéticos

- As quantidades

$$\nabla \times \vec{\nabla} \times \vec{h} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times e) = \sigma \nabla \times e$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times \vec{\nabla} \times \vec{h} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}(-\frac{\partial b}{\partial t}) = \sigma(-\frac{\partial b}{\partial t})$$

$$b = \mu h$$

$$\nabla \times \vec{\nabla} \times \vec{h} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \sigma\mu(\frac{\partial h}{\partial t}) = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Pela identidade vetorial:

$$\nabla \times \nabla \times a \equiv \nabla(\nabla \cdot a) - \nabla^2 a$$

$$\nabla x \vec{\nabla} \times \vec{e} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial e}{\partial t} = 0$$

$$\nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{e}) - \nabla^2 e + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial e}{\partial t} = 0$$

•Região homogênea divergente de e =0, o fluxo que entra é igual ao que sai

$$\vec{\nabla}^2 e - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Pela identidade vetorial:

$$\nabla \times \nabla \times \mathrm{a} \equiv \nabla\nabla \cdot \mathrm{a} - \nabla^2 \mathrm{a}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{e} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} - \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \vec{j}$$

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{h} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Estas são as equações de onda para o campo elétrico e o magnético no domínio do tempo

$$\vec{\nabla}^2 \vec{e} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{h} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{h}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Aplicando-se a Transformada de Fourrier nas equações :

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{e} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 e(w) - (iw)^2 e(w)\mu\varepsilon - iw\mu\sigma e(w) = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\vec{E} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Obs.: definição de transformada de Fourier e propriedade importante

$$\Im[f(t)] = f(w) = F = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{iwt}dt$$

$$\Im[e(t)] = e(w) = E = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t)e^{iwt}dt$$

$$\Im[h(t)] = h(w) = H = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{iwt}dt$$

Métodos eletromagnéticos

- propriedade importante: A transformada de Fourier é uma ferramenta que converte uma equação diferencial em simples equações algébricas (iw).

$$\Im[f(t)] = f(w) = F = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{iwt}dt \qquad \Im\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = iwF$$

$$\Im[e(t)] = e(w) = E = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t)e^{iwt}dt \qquad \Im\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right) = iwE$$

$$\Im[h(t)] = h(w) = H = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{iwt}dt \qquad \Im\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right) = iwH$$

Métodos eletromagnéticos

- propriedade importante: A transformada de Fourier é uma ferramenta que converte uma equação diferencial em simples equações algébricas (iw).
- Passando para o domínio da frequência...

$$\vec{\nabla}^2 h - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{h}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = 0$$

$$\Im\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right) = iwH$$

$$\vec{\nabla}^2 h(w) - (iw)^2 \mu\varepsilon h(w) - i\omega\mu\sigma h(w) = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- propriedade importante: A transformada de Fourier é uma ferramenta que converte uma equação diferencial em simples equações algébricas (iw).
- Passando para o domínio da frequência...

$$\Im\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right) = iwE$$

$$\vec{\nabla}^2 e - \mu\varepsilon\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} - \mu\sigma\frac{\partial e}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 e(w) - (iw)^2 \mu\varepsilon e(w) - i\omega\mu\sigma e(w) = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Aplicando-se a Transformada de Fourrier nas equações :

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{e} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{e}(\mathrm{w}) - (\mathrm{iw})^2 \mu\varepsilon \mathrm{e}(\mathrm{w}) - \mathrm{i}\omega\mu\sigma \mathrm{e}(\mathrm{w}) = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\vec{E} = 0$$

$$k^2 = \mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega = -\widehat{z}\widehat{y}$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Aplicando-se a Transformada de Fourrier nas equações :

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{h} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{h}(\mathrm{w}) - (\mathrm{iw})^2 \mu\varepsilon \mathrm{h}(\mathrm{w}) - \mathrm{i}\omega\mu\sigma \mathrm{h}(\mathrm{w}) = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\vec{H} = 0$$

$$k^2 = \mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega = -\widehat{z}\widehat{y}$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Resumo

Domínio do tempo

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{h} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{e} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

Domínio da frequência

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\vec{H} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

- Considerando-se que a corrente de deslocamento é muito menor que a corrente de condução, ou, em regimes estacionários e para freqüências inferiores a 100kHz a contribuição de $\mu\varepsilon\omega^2$ pode ser considerada desprezível, então pode-se reescrever as equações como:

Métodos eletromagnéticos

- Resumo

Domínio do tempo

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{e} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{e} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \mathrm{h} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\mathrm{h}}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{h} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = 0$$

Domínio da frequência

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - i\mu\sigma\omega\vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} + (\mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\vec{H} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} - i\mu\sigma\omega\vec{H} = 0$$

Métodos eletromagnéticos

Para 1D – Componente z

tempo

$$\vec{\nabla}^2\vec{e} - \mu\sigma\frac{\partial\vec{e}}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial^2\vec{e}}{\partial z^2} - \mu\sigma\frac{\partial\vec{e}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2\vec{h} - \mu\sigma\frac{\partial\vec{h}}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial^2\vec{h}}{\partial z^2} - \mu\sigma\frac{\partial\vec{h}}{\partial t} = 0$$

frequência

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} - i\mu\sigma\omega\vec{E} = 0 \qquad \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2} - i\mu\sigma\omega\vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2\vec{H} - i\mu\sigma\omega\vec{H} = 0 \qquad \frac{\partial^2\vec{H}}{\partial z^2} - i\mu\sigma\omega\vec{H} = 0$$