

Aplicações da teoria da inversão à interpretação geofísica

Profa. Mônica G. Von Huelsen

Apresentação, programa e formato do curso.

Aula teórica: o problema geofísico inverso como um problema mal-posto.

noções de existência, unicidade e estabilidade; a caracterização de um problema mal-posto como um problema com falta de informação; exemplos

nas diversas áreas do conhecimento. Evolução histórica do problema geofísico inverso: as 4 fases. A necessidade de introduzir informação geológica a priori no problema geofísico inverso. Os tipos de informação disponíveis atualmente.

Aula prática: introdução à estabilização de problemas inversos usando os


vínculos de igualdade absoluta (“Ridge regression”) e de igualdade relativa

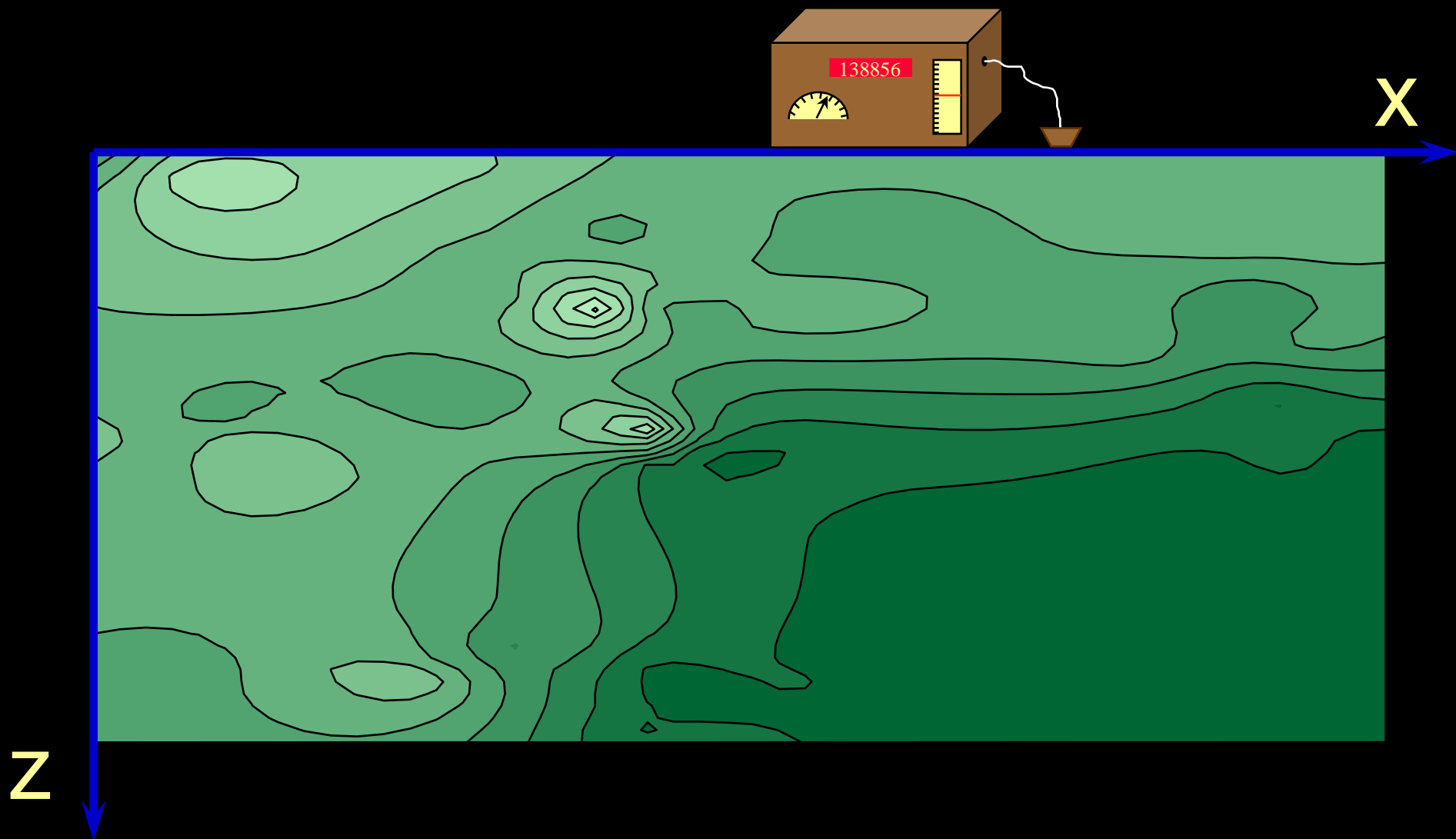
(Suavidade) aplicados ao problema de estimar o relevo de uma interface ao

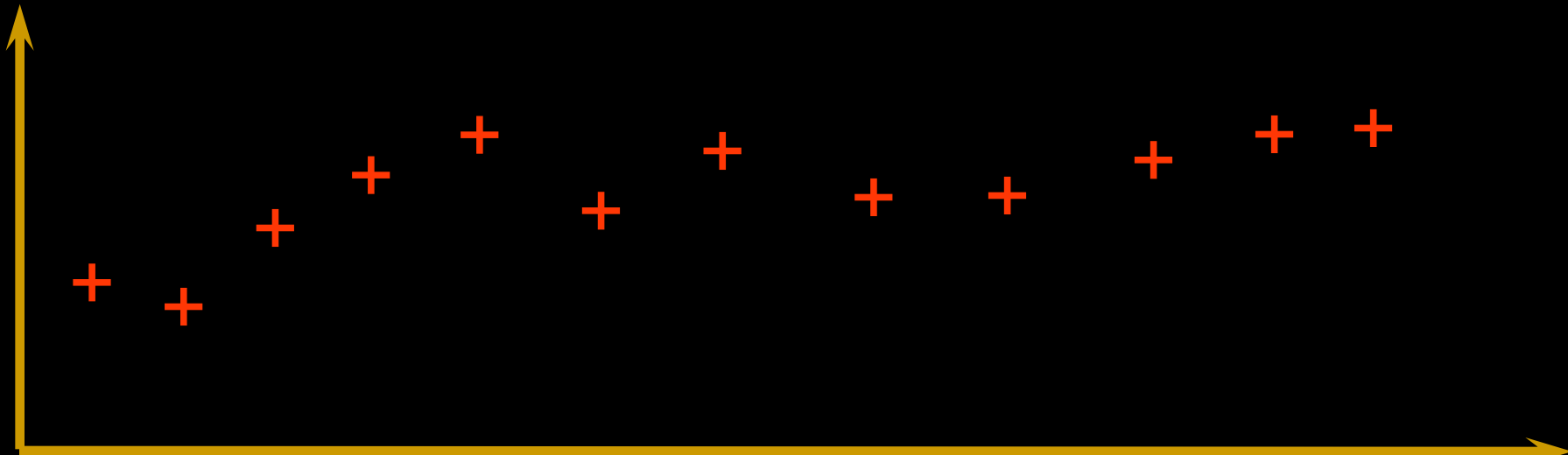
longo de um perfil. Testes sintéticos livres, determinação dos multiplicadores de Lagrange e interpretação de uma anomalia

OBJETIVO DA GEOFÍSICA

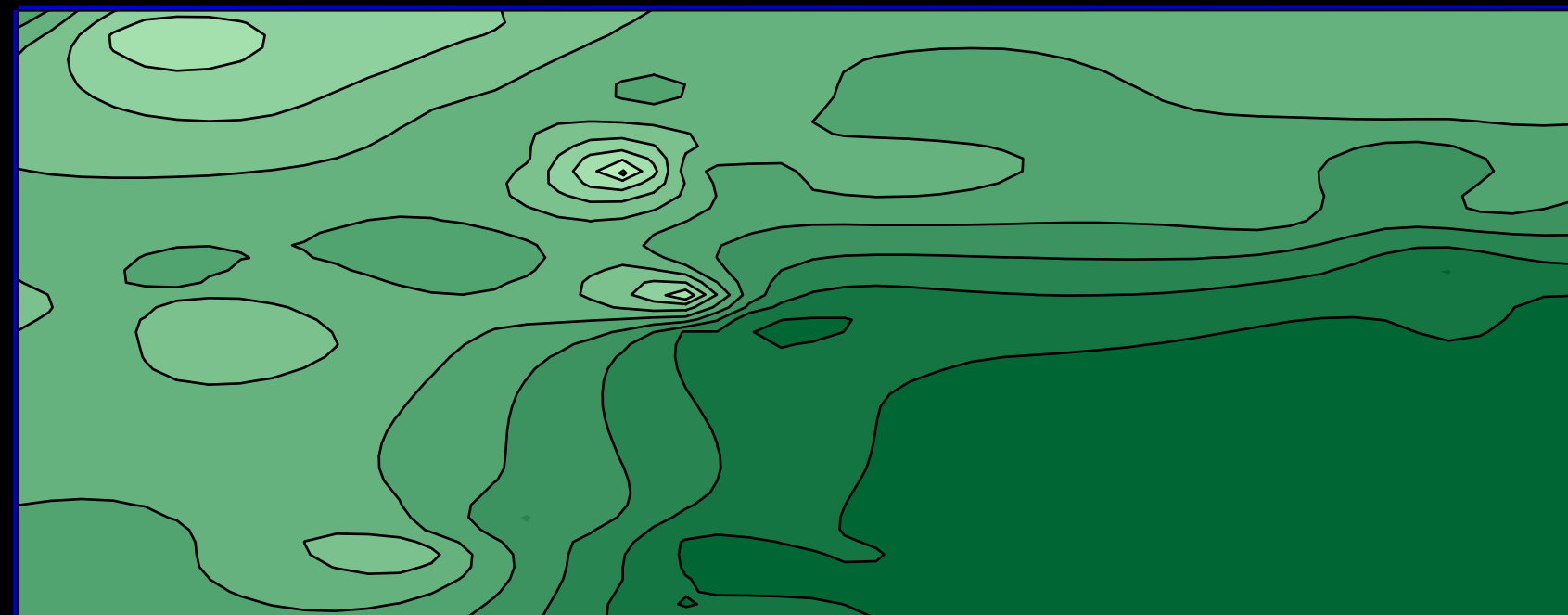
Obter informação sobre a subsuperfície
indiretamente

- campos: 
 - elétrico
 - eletromagnético
 - magnético
 - gravimétrico
- transmissão do calor
- perturbações elásticas
- radiação nuclear

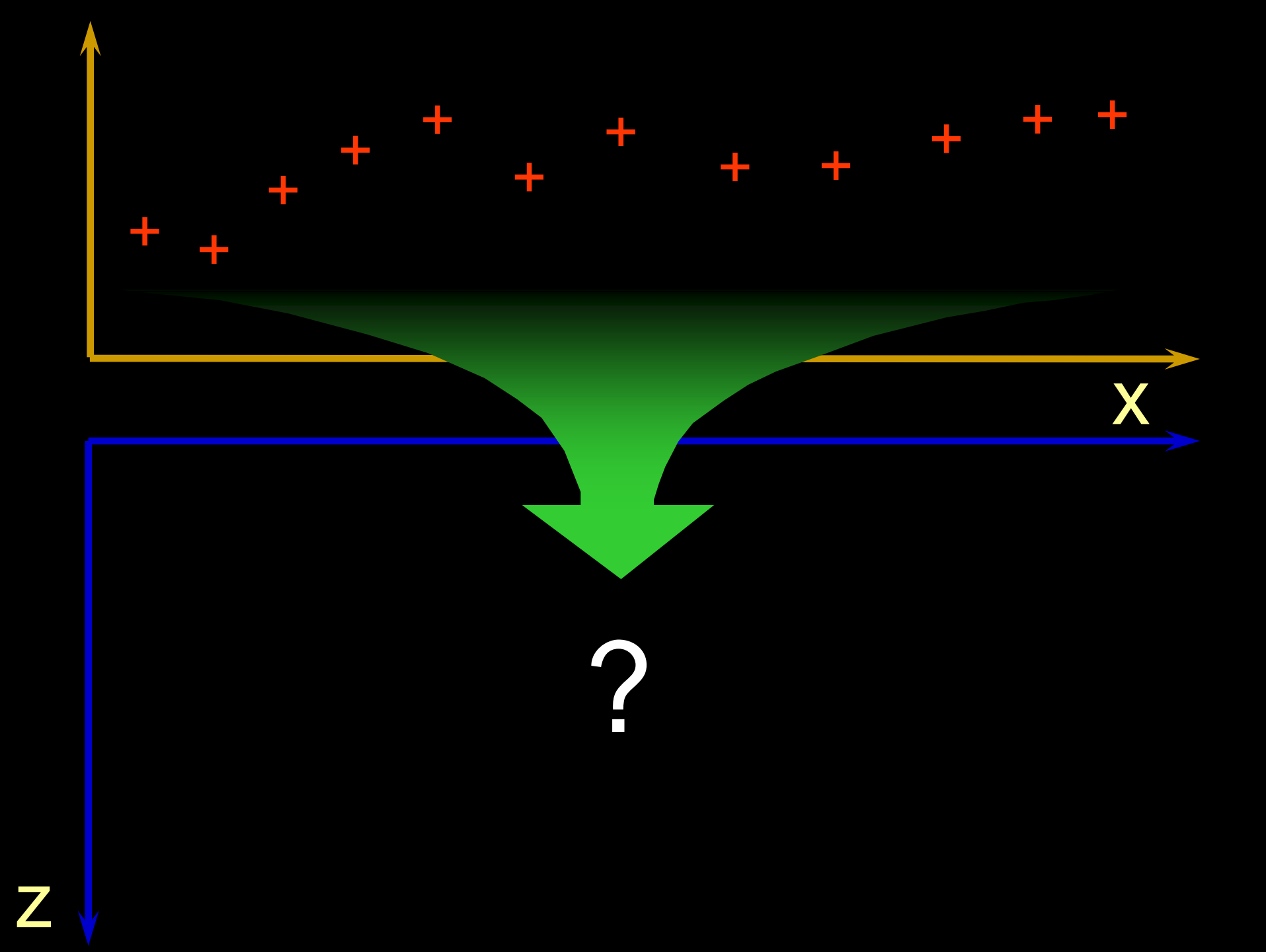


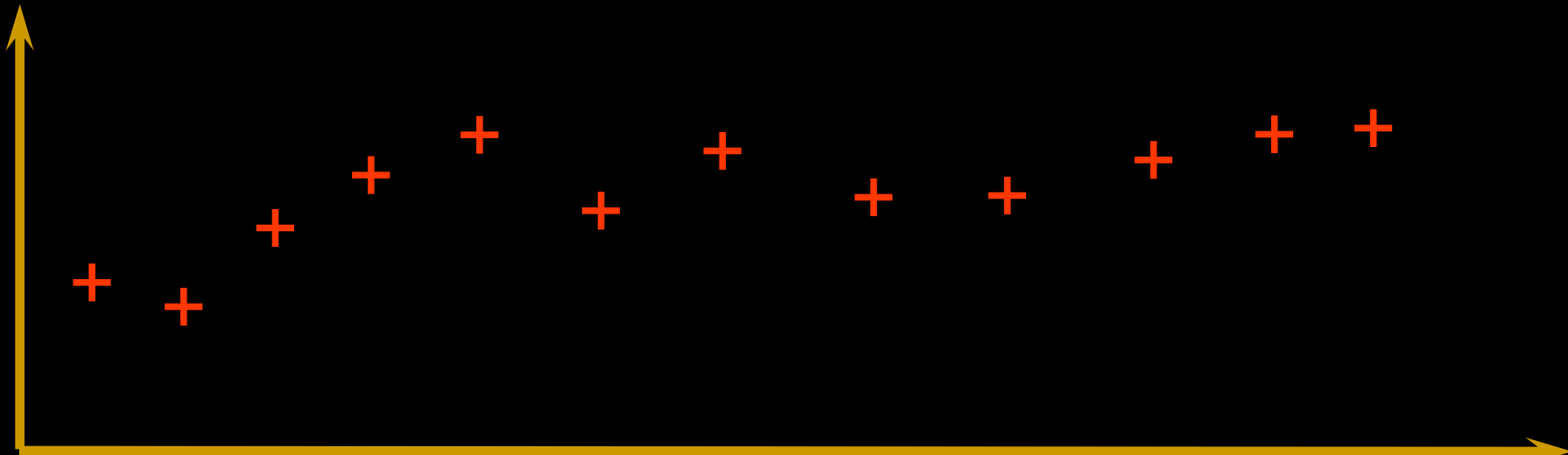


X

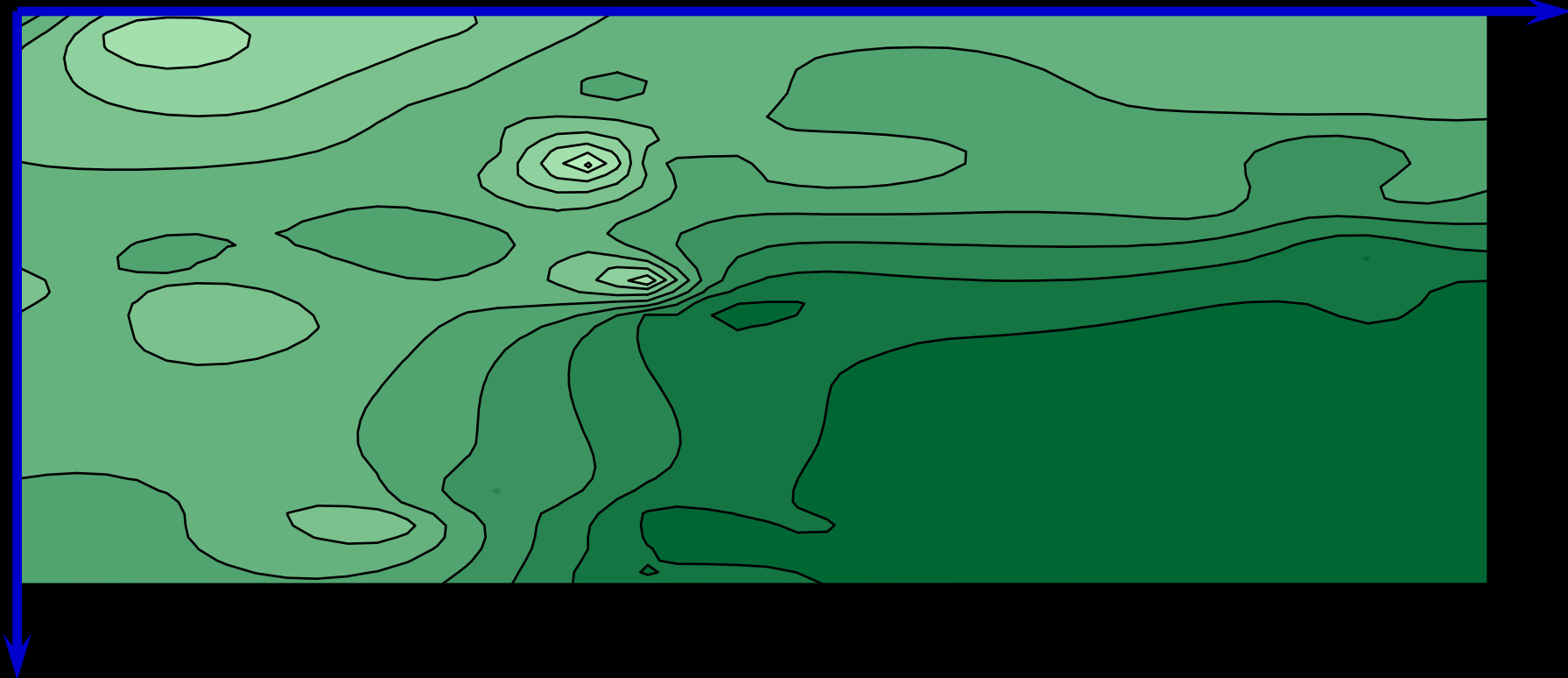


Z





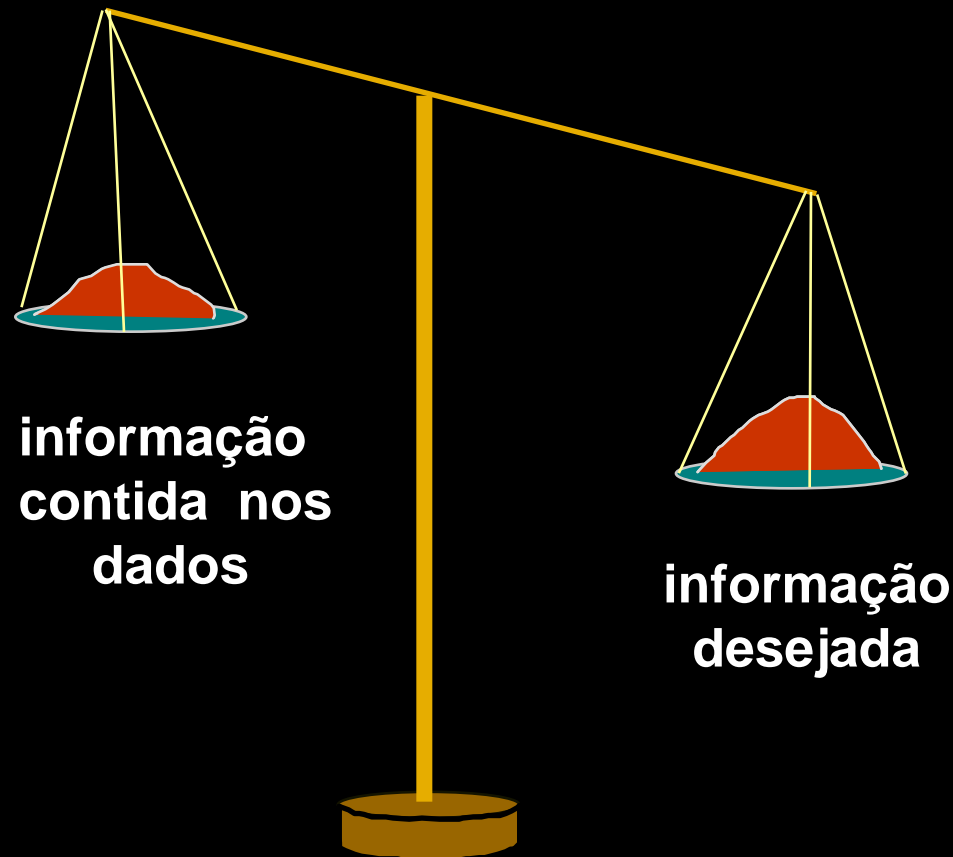
X



Z

Problema mal-posto:

Desbalanceamento



**Num problema mal-posto
a solução não obedece a pelo
menos uma das condições:**

- **Existência**
- **Unicidade**
- **Estabilidade**

Inexistência

N_1 e N_2 são números naturais.

Encontrar N_1 e N_2 , tal que:

$$N_1 + N_2 = 8,3$$

Não unicidade

N_1 e N_2 são números naturais.

Encontrar N_1 e N_2 , tal que

$$N_1 + N_2 = 10$$

Instabilidade

Observar uma componente muito pequena de um fenômeno ou propriedade

$$0,000001 X = y$$

$$X_c = y / 0,000001$$

$$0,000001 X = y + \delta$$

$$X = y / 0,000001 + \delta / 0,000001$$

$$X = X_c + 1\,000\,000 \delta$$

**Problemas mal-postos ocorrem
em todas as áreas do conhecimento**

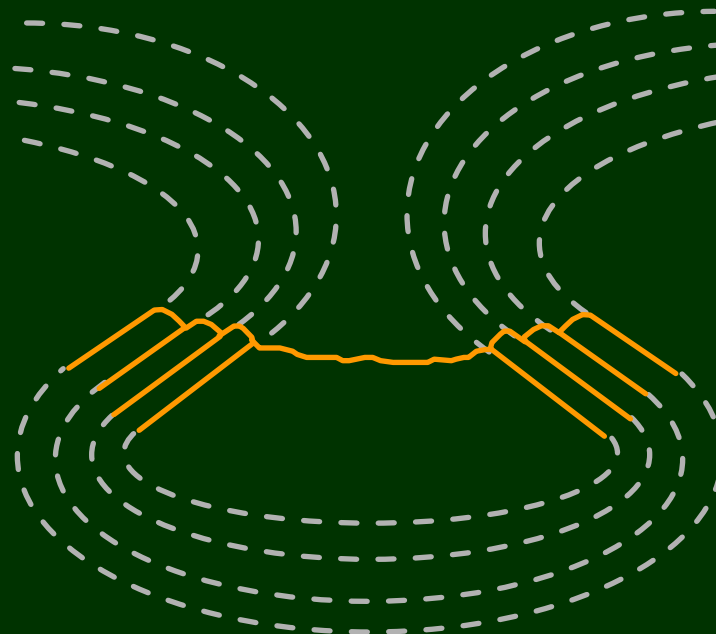
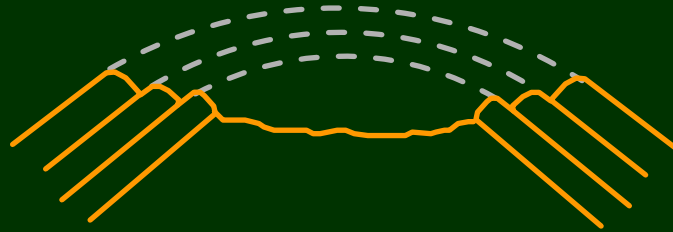
Arqueologia



Arqueologia



Geologia - Não unicidade



Geologia

Introdução de informação a priori

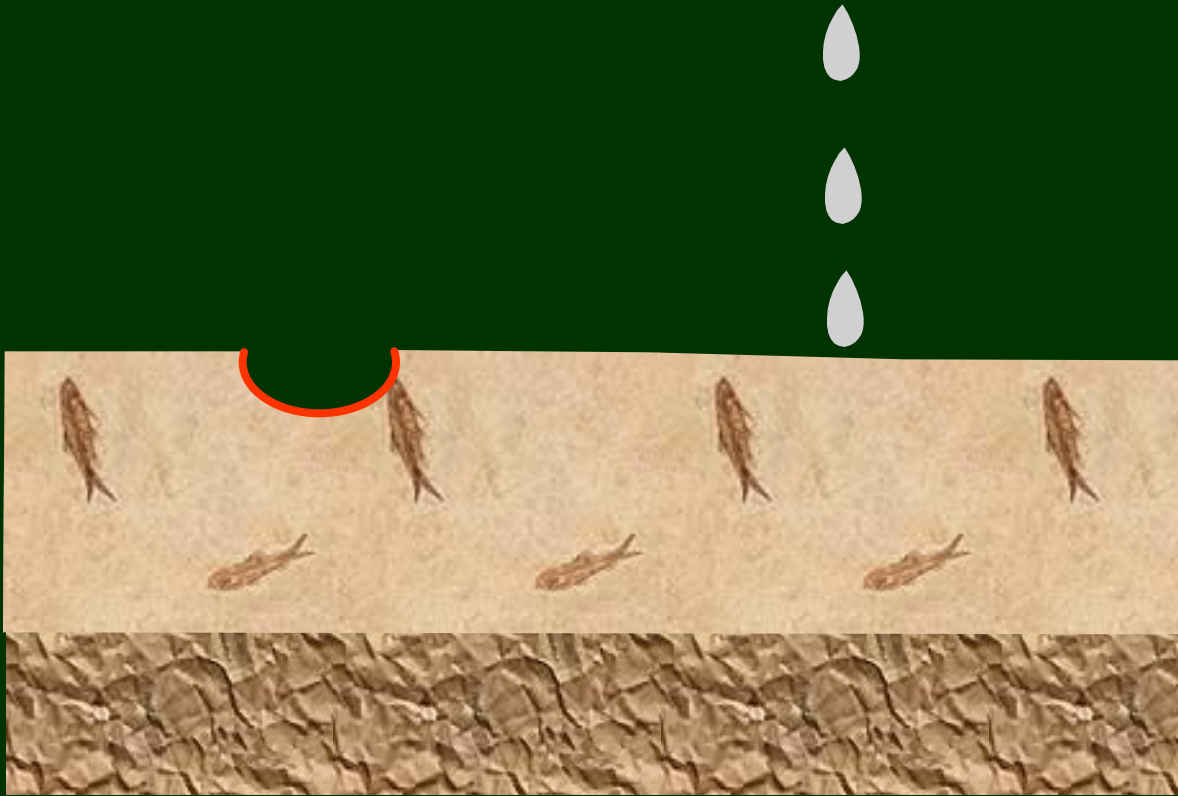
Geologia

Introdução de informação a priori



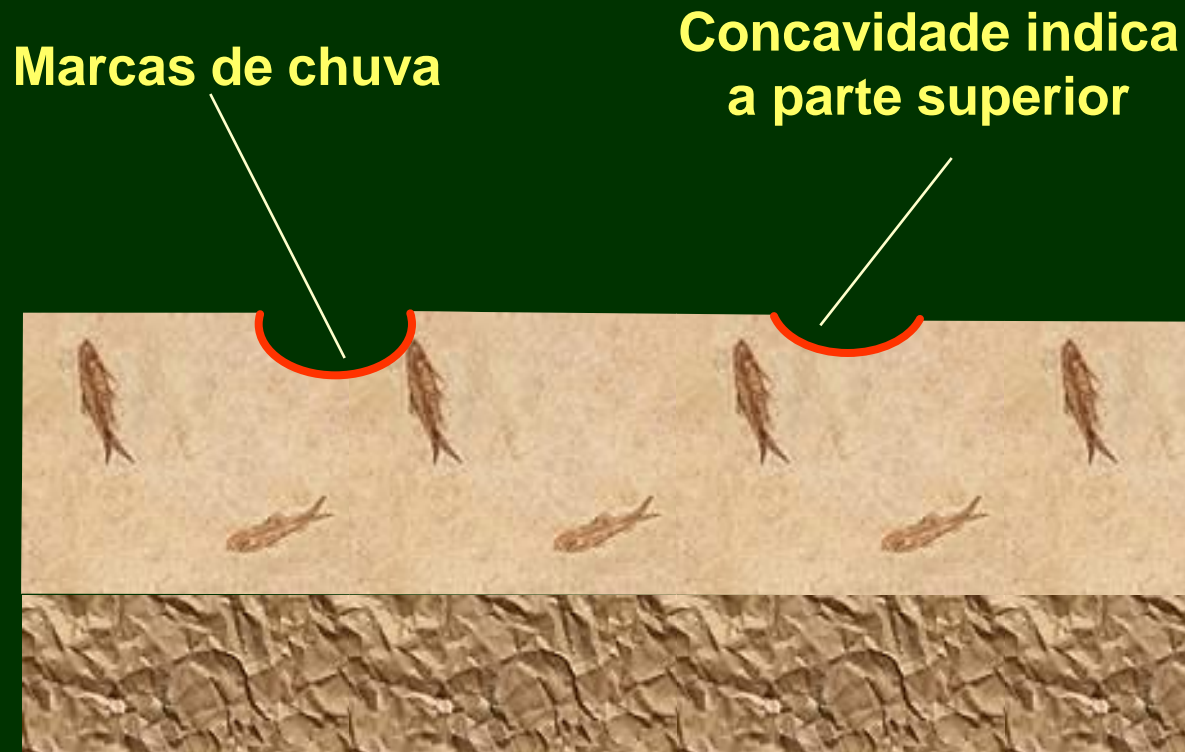
Geologia

Introdução de informação a priori

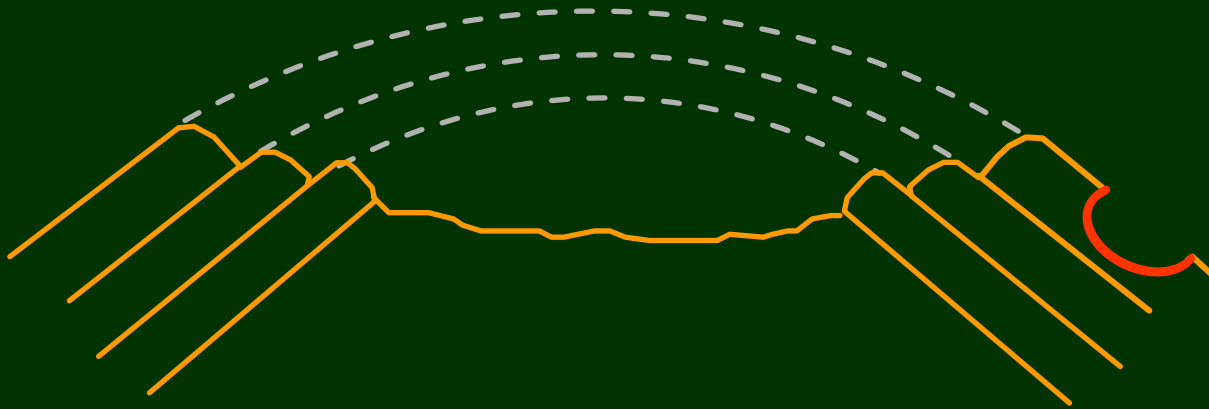


Geologia

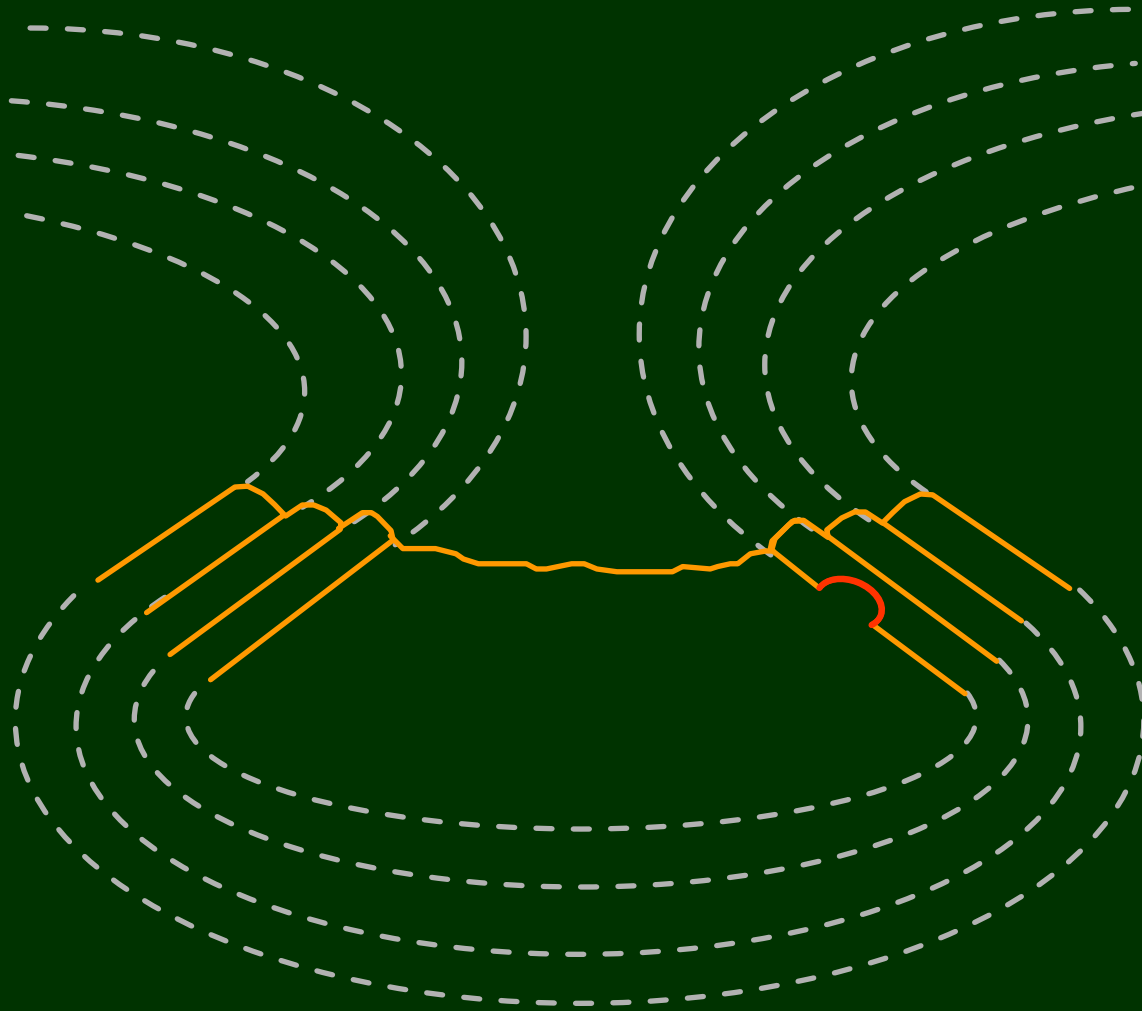
Introdução de informação a priori



Geologia - Não unicidade



Geologia - Não unicidade



Matemática

Sejam: $\begin{cases} a, b, c \text{ elementos} \\ S \text{ uma afirmação} \end{cases}$

Axiomas:

$$1) \text{ Se } b = S(a) \Rightarrow a \neq S(b)$$

$$2) \forall a, b, c, \text{ Se } b = S(a) \text{ e } c = S(b) \Rightarrow c = S(a)$$

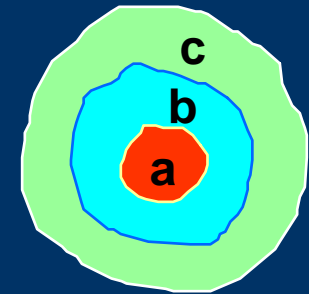
Matemática

Modelos:

- A {
- os elementos **a**, **b**, **c** são pontos na reta
 - $s \equiv$ “está à direita de”



- B {
- os elementos são conjuntos
 - $s \equiv$ “está contido em”

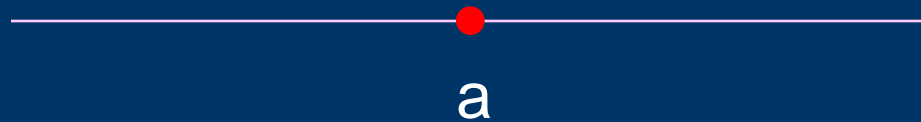


Matemática

Distinção entre os modelos A e B:

Introduzir o axioma: para todo a , $\exists b \neq a \mid b \neq S(a)$ e $a \neq S(b)$

Modelo A não satisfaz o axioma



Modelo B: conjuntos disjuntos

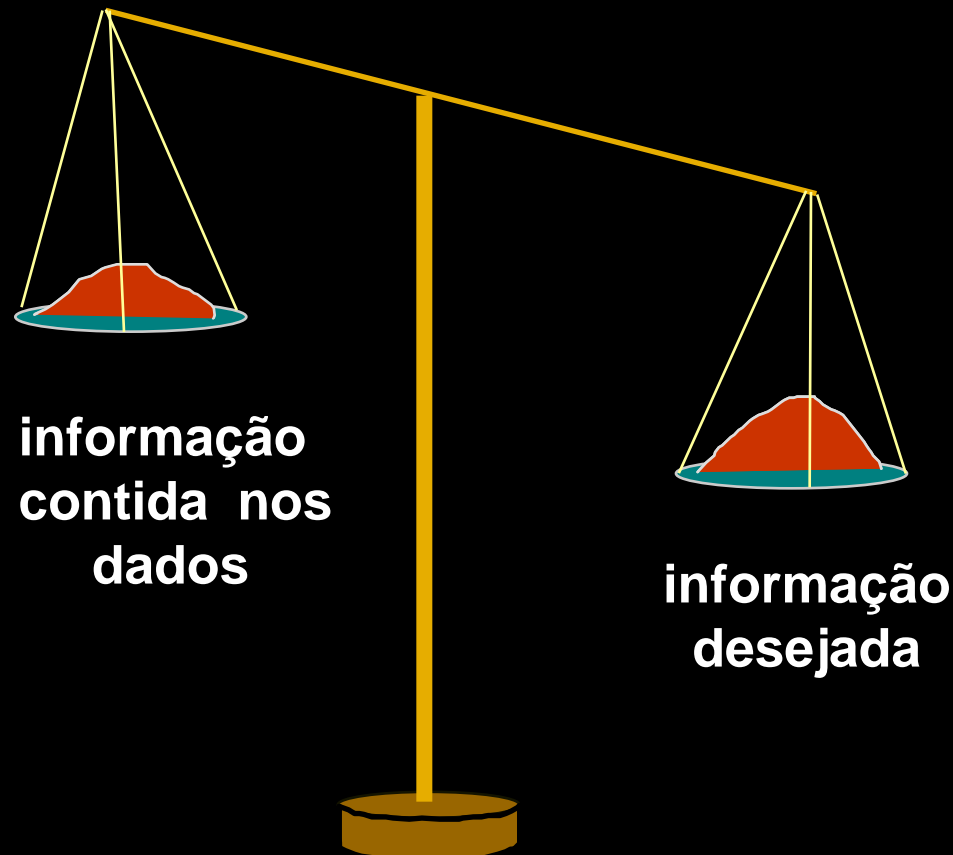


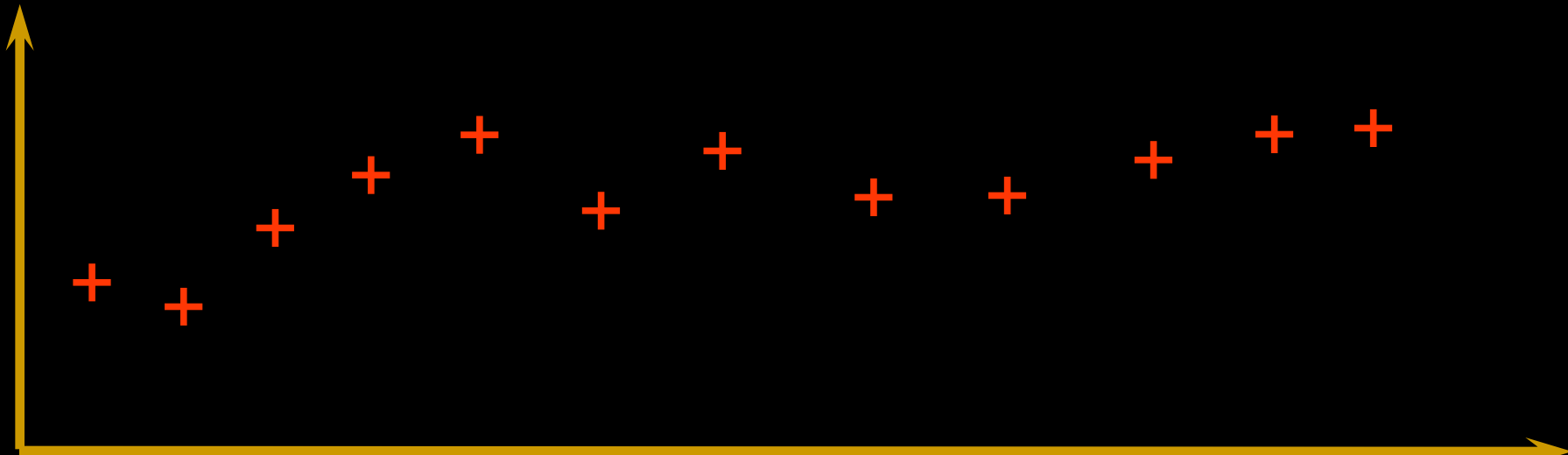
Em que modelos
os axiomas 2 e 3
são verdadeiros?



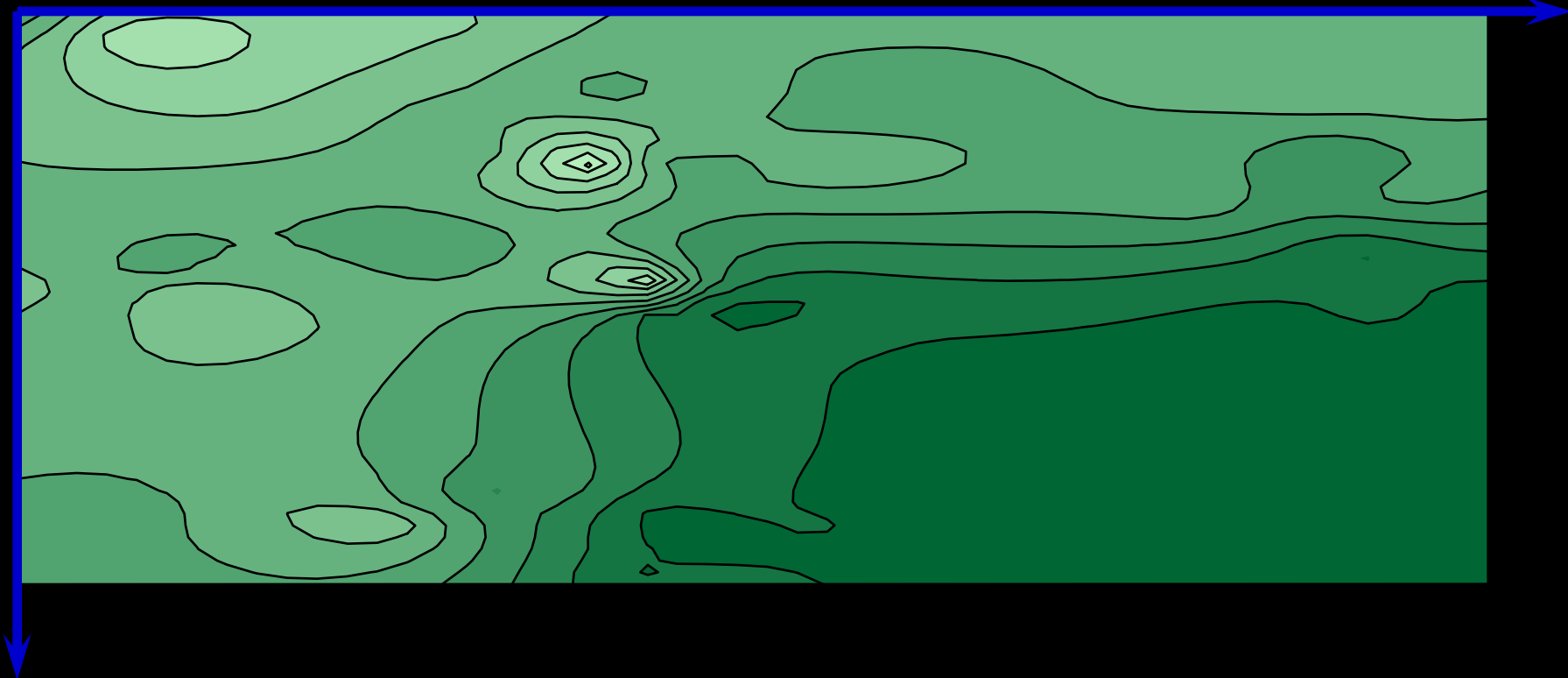
Problema mal-posto:

Desbalanceamento





X



Z

Evolução dos métodos de interpretação geofísica

- **4 Fases**
- **Critérios de classificação de cada fase:**
 - ◆ **Base informativa**
 - ◆ **Base material**
 - ◆ **Base metodológica**

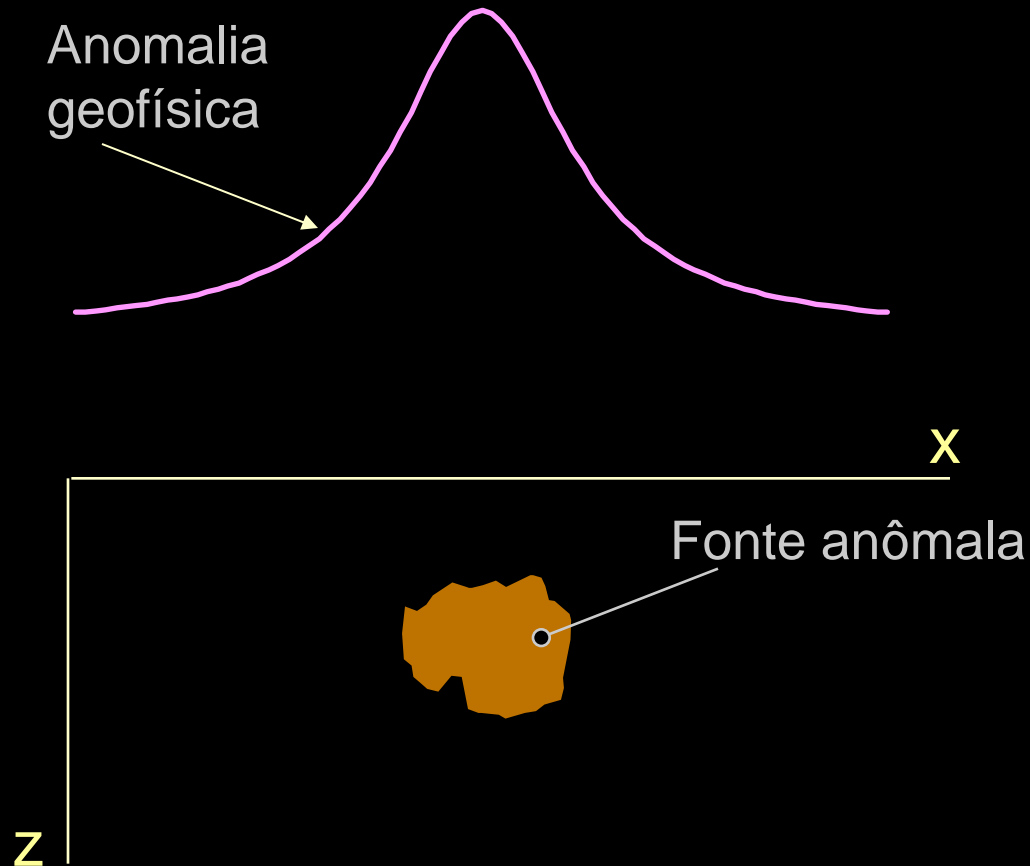
1ª FASE

Início do século a fins de 40

- **Base Informativa:**
 - Volume de dados geológicos: modesto
 - Dados geofísicos: quantidade e qualidade baixas
- **Base Material :**
 - Manual e restrita
- **Base Metodológica:** Interpretação de anomalias isoladas com alta amplitude
 - Problemas bem-postos
 - Pontos característicos

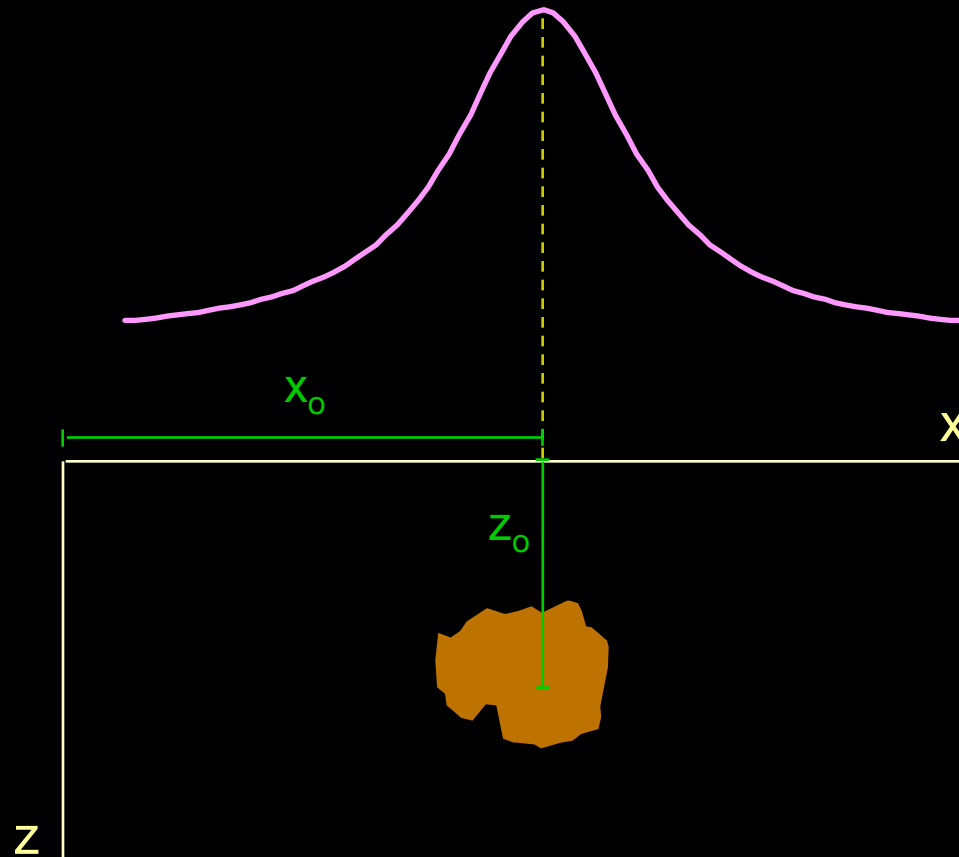
Problema 1:

A existência de uma anomalia implica contraste anômalo de propriedade física?

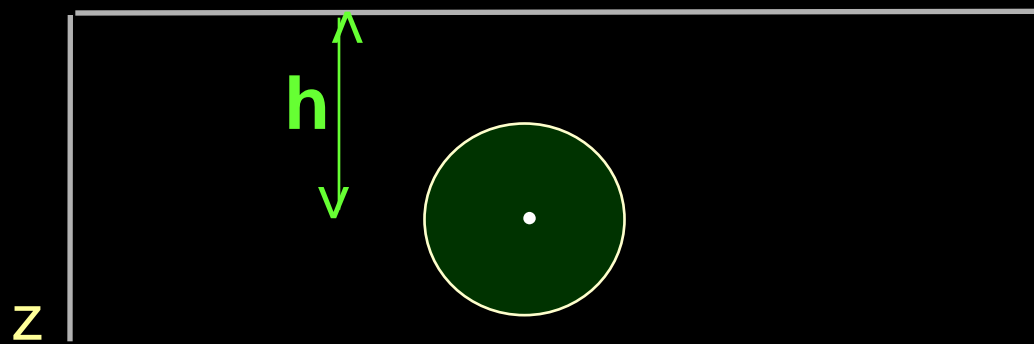
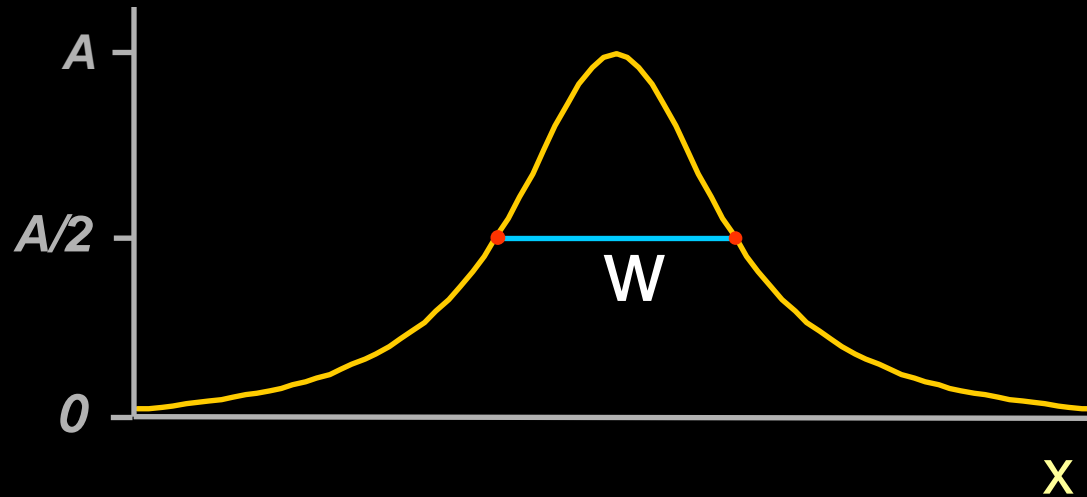


Problema 2:

Quais as posições horizontal e vertical da fonte anômala?



Pontos característicos



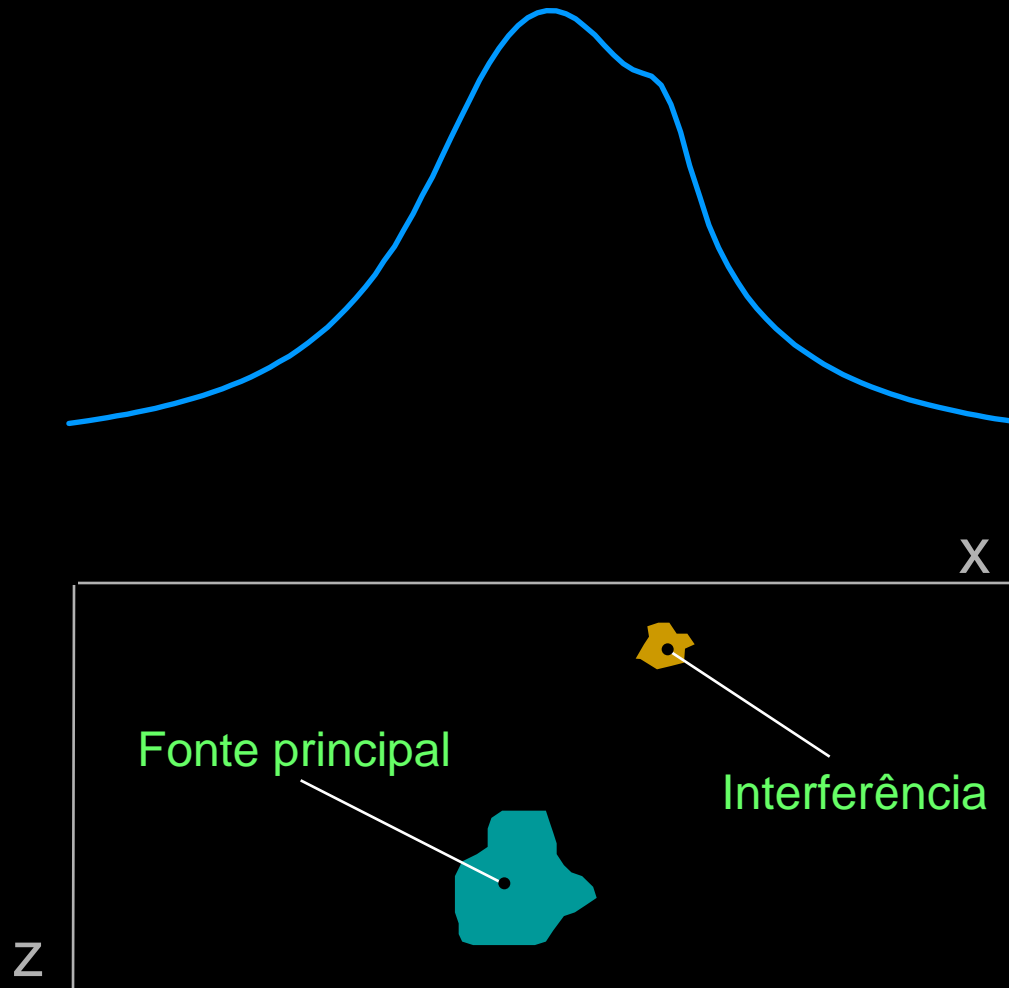
$$h \cong 0,65 W$$

2ª FASE

Fins de 40 a início de 60

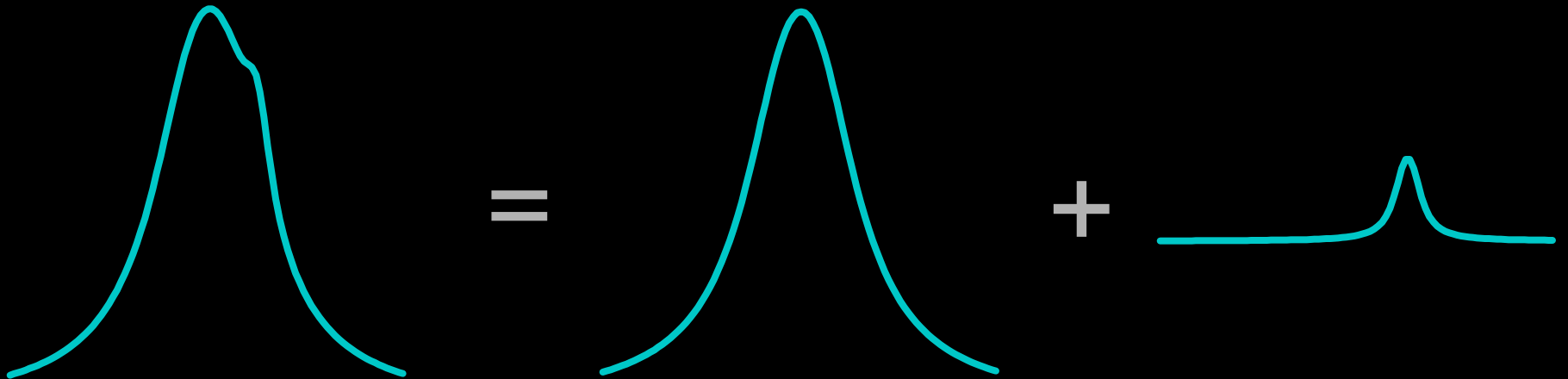
- **Base Informativa:**
 - Aumento da qualidade e/ou quantidade dos dados
 - Aumento da informação geológica
- **Base Material :** Manual
- **Base Metodológica:**
 - Problemas bem-postos
 - Anomalias fracas, complexas e interferentes
 - Redução aos problemas anteriores: filtragem

Fontes interferentes



Problema 3:

Separar uma anomalia em suas componentes



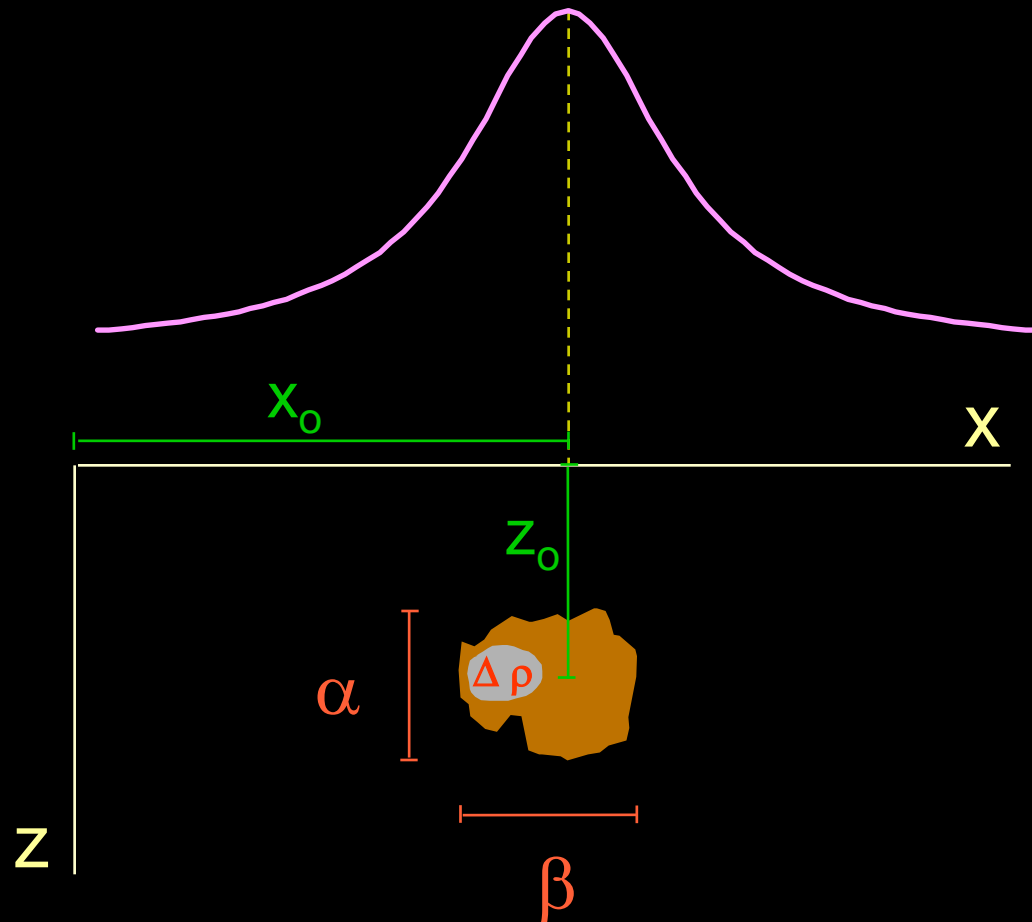
3ª FASE

Início de 60 a fins de 70

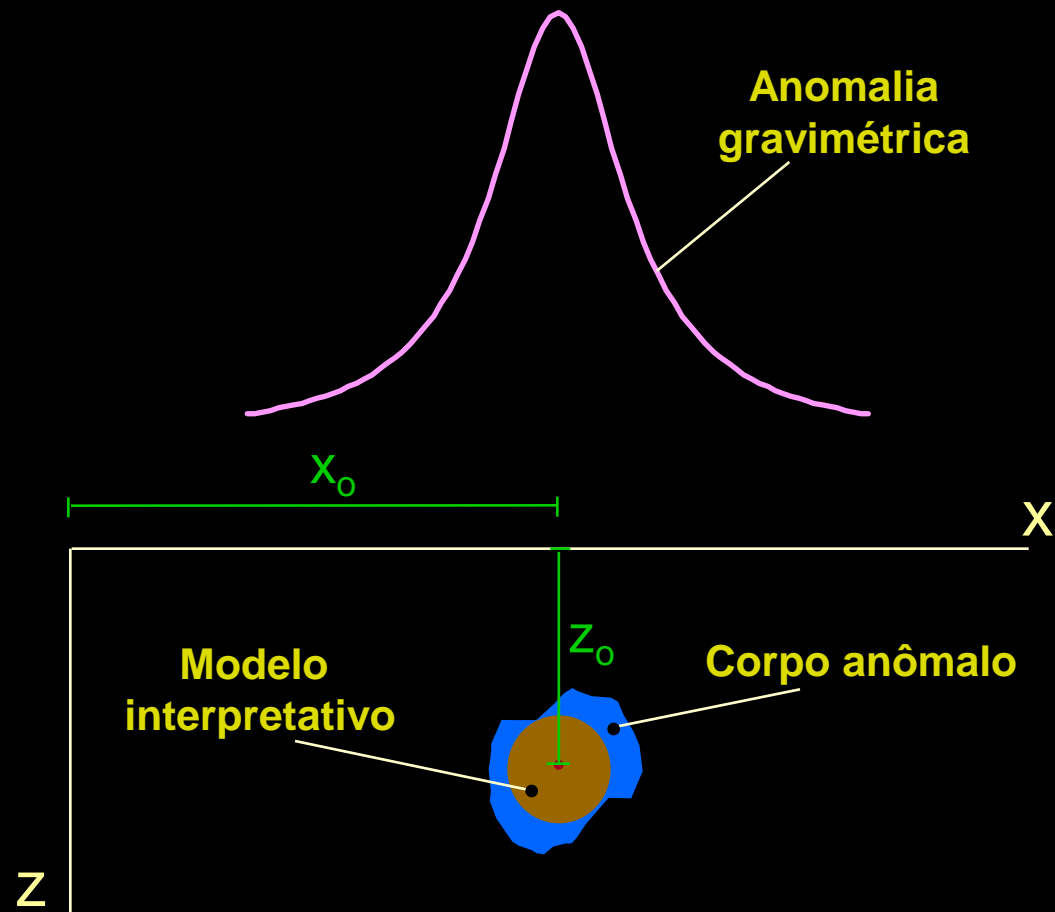
- **Base Informativa:**
 - **Aumento considerável:**
 - do volume da informação geológica
 - da quantidade e da qualidade dos dados geofísicos
- **Base Material:** Automática
- **Base Metodológica:**
 - **Aparecimento de problemas mal-postos**
 - **Análises do problema inverso:**
 - Teoria de Backus e Gilbert
 - Método da Regularização de Tikhonov

Problema 4:

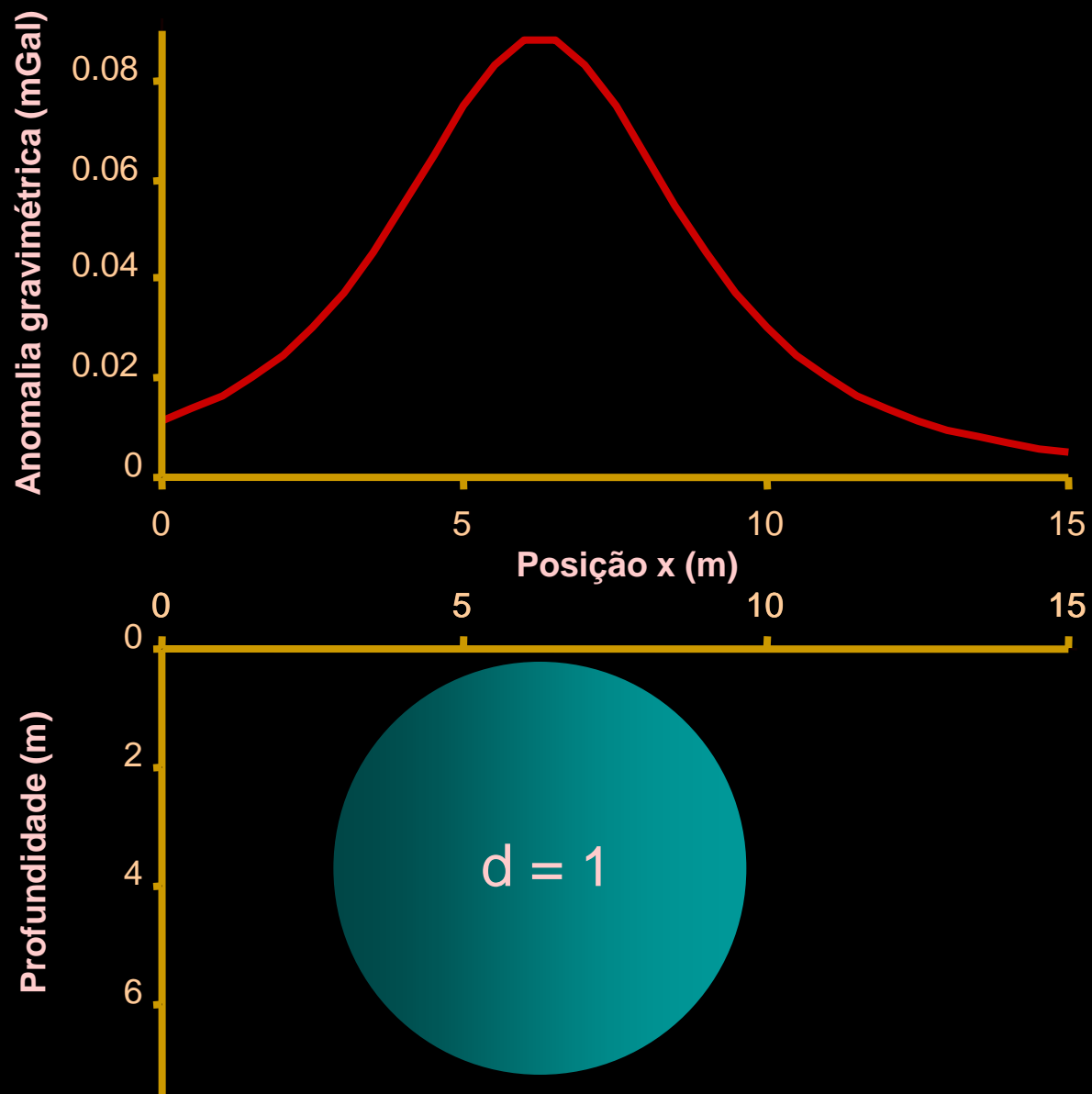
- 1) Qual a posição da fonte anômala?
- 2) Qual o contraste $\Delta\rho$?
- 3) Quais as dimensões α e β

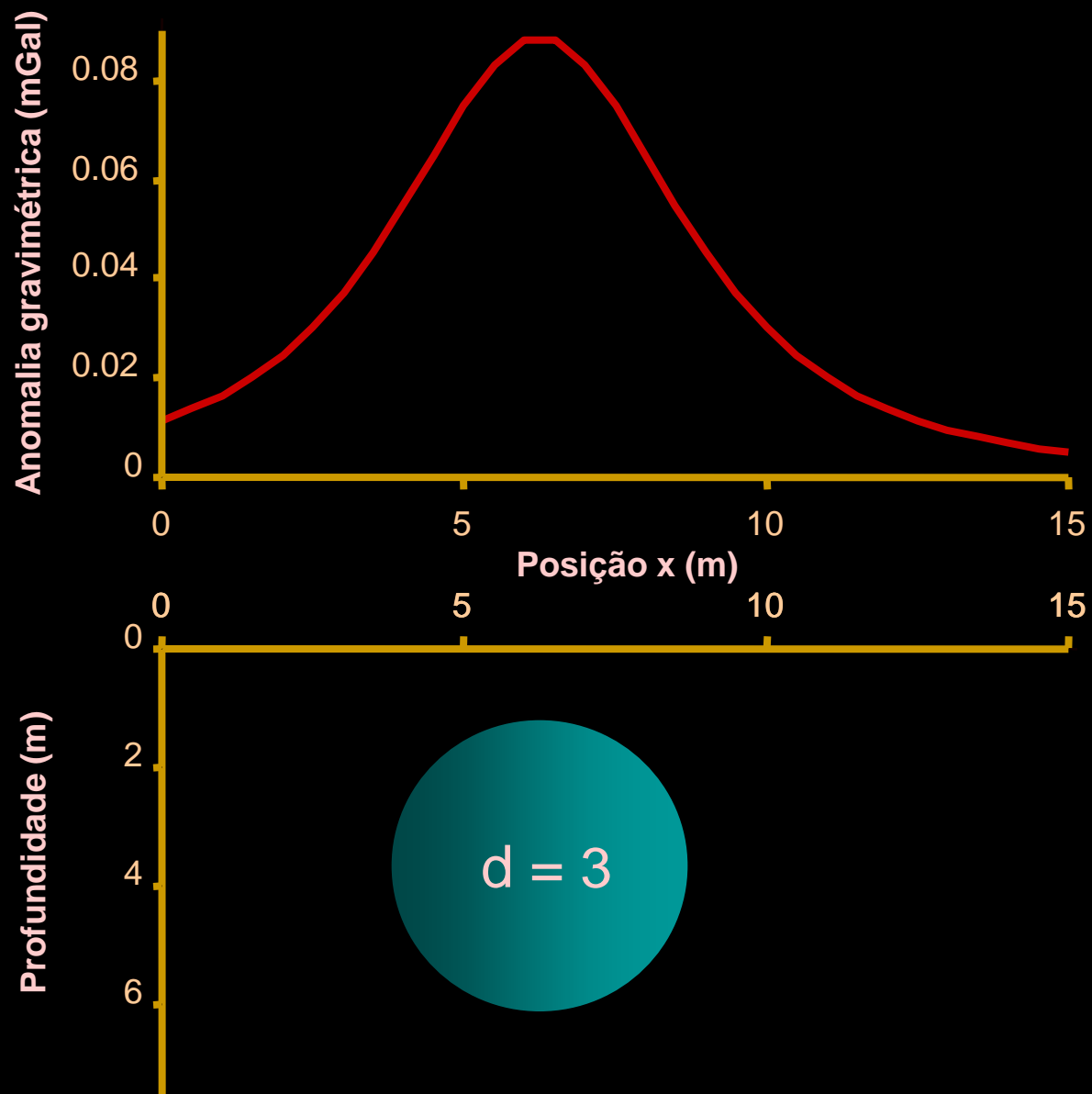


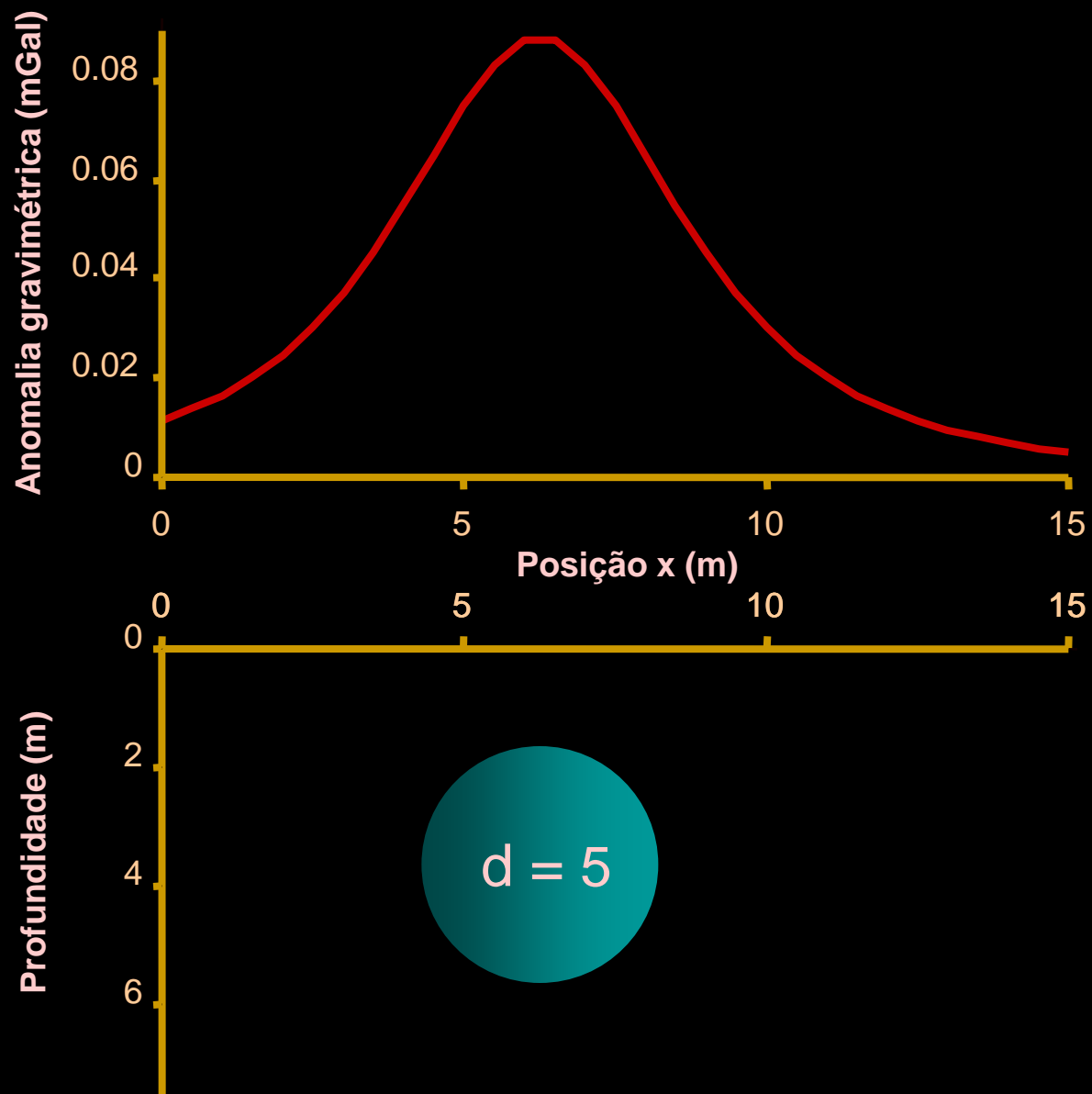
Esfera



$$g = \gamma \rho \cdot V \frac{z - z_0}{\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$







Gravimetria:

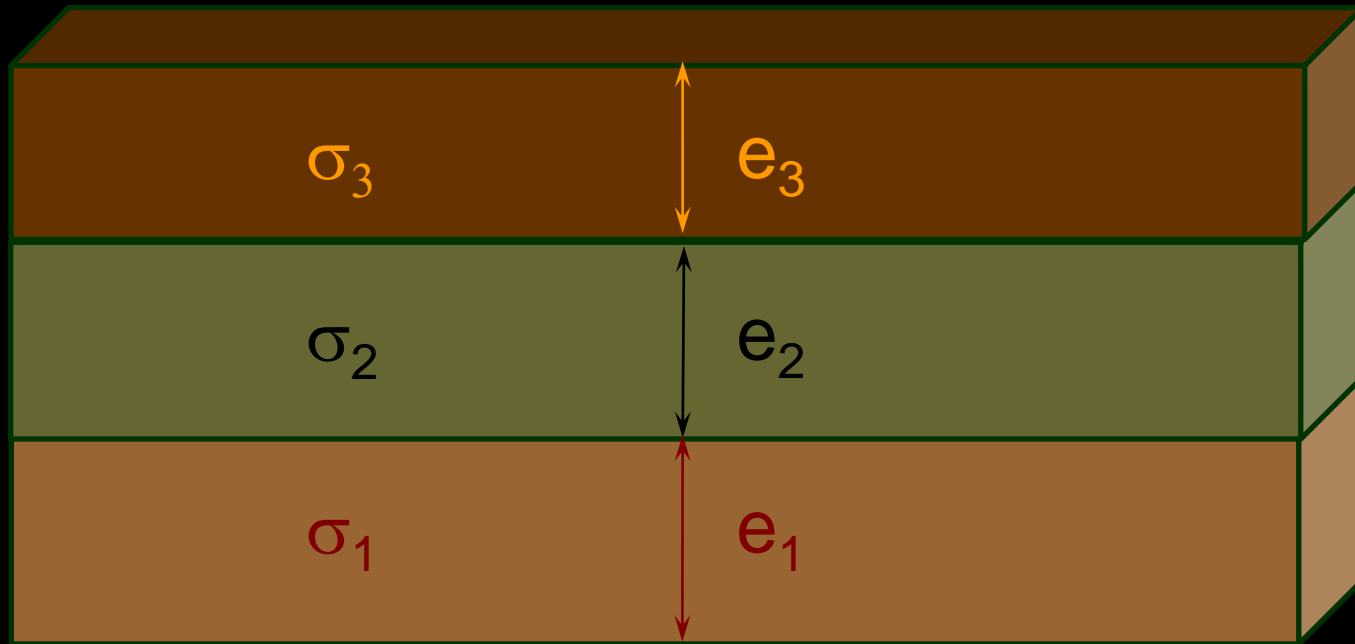
O campo gravimétrico é sensível à
massa ($\rho \cdot V$)

Magnetometria:

O campo magnético é sensível ao
momento de dipolo total ($\vec{m} \cdot V$)

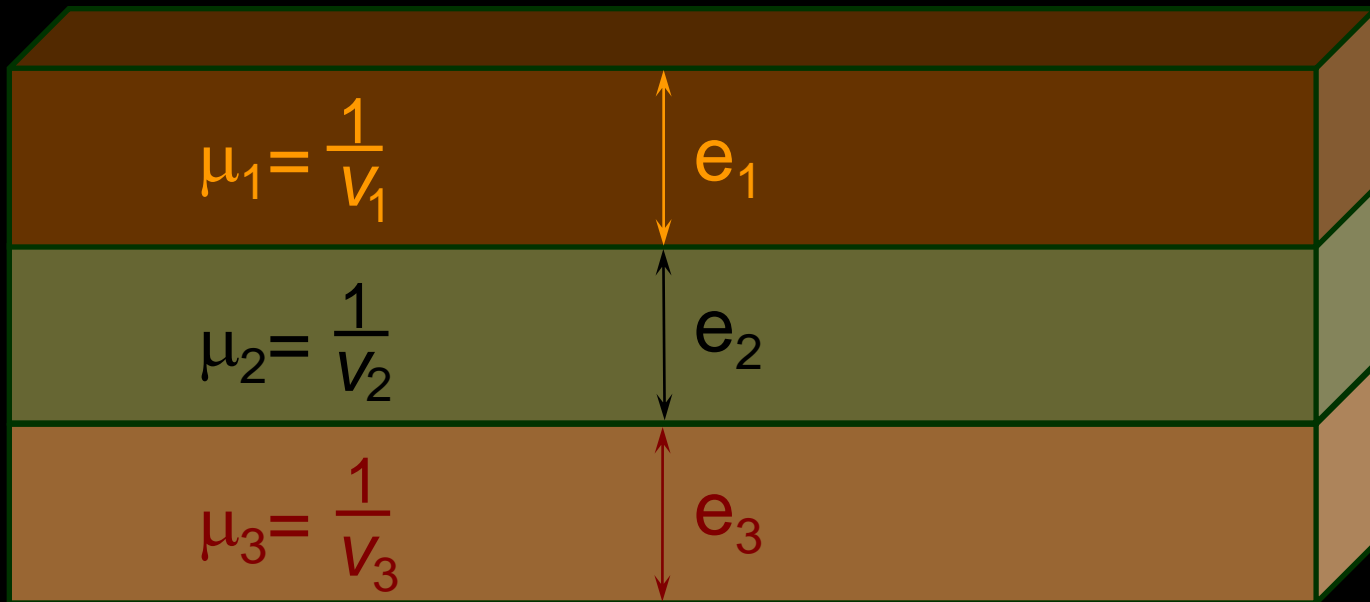
Métodos eletromagnéticos:

As medidas eletromagnéticas são sensíveis à
condutância ($\sigma \cdot V$)



Métodos sísmicos:

O tempo de trânsito é dado por
 $2 \cdot \mu \cdot e$



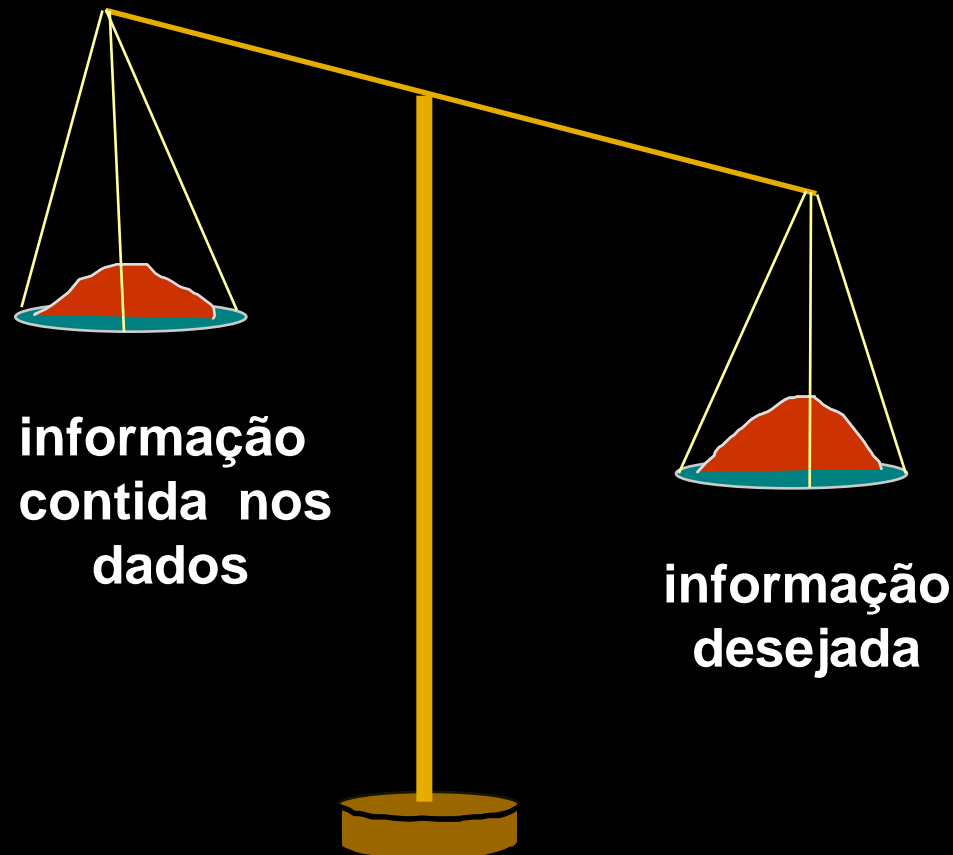
A inversão de dados geofísicos é um **problema mal-posto**

A solução não obedece a pelo menos uma das condições:

- Existência
- Unicidade
- Estabilidade

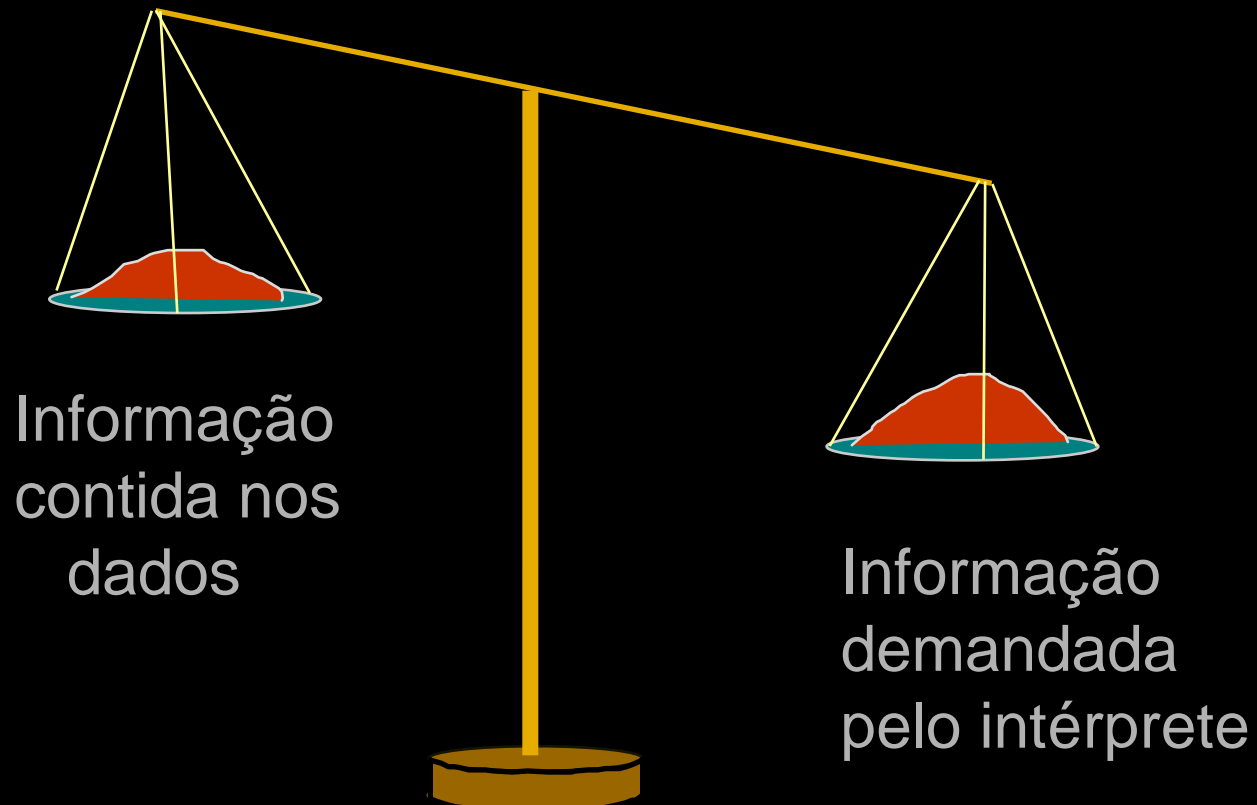
Problema mal-posto:

Desbalanceamento



Solução:

- Reduzir a demanda de informação
- Introduzir informação a priori



$$N_1 + N_2 = 10$$

- Reduzir a demanda de informação

É possível determinar a média de ambos os números (5)

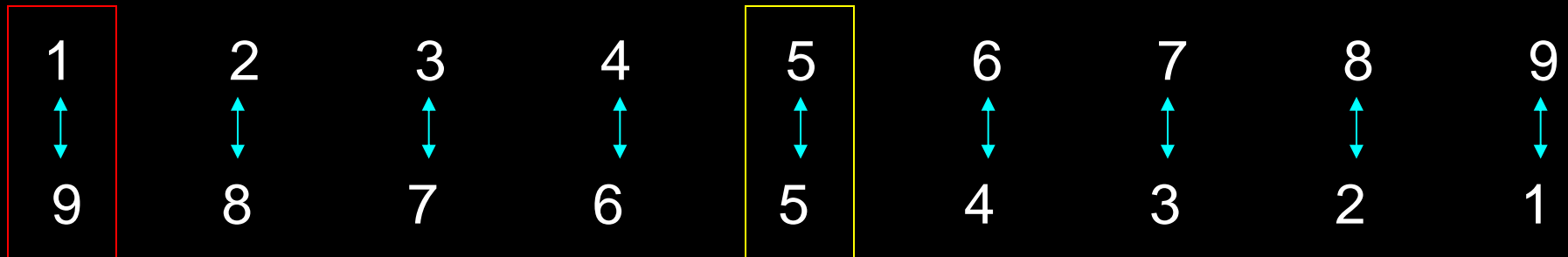
- Introduzir informação a priori:

- Não é necessário conhecer o valor de um dos números para determinar o outro
- É suficiente conhecer algumas características dos números

$$N_1 + N_2 = 10$$

N_1 e N_2 são números naturais

N_1 e N_2 estão o mais próximo possível um do outro

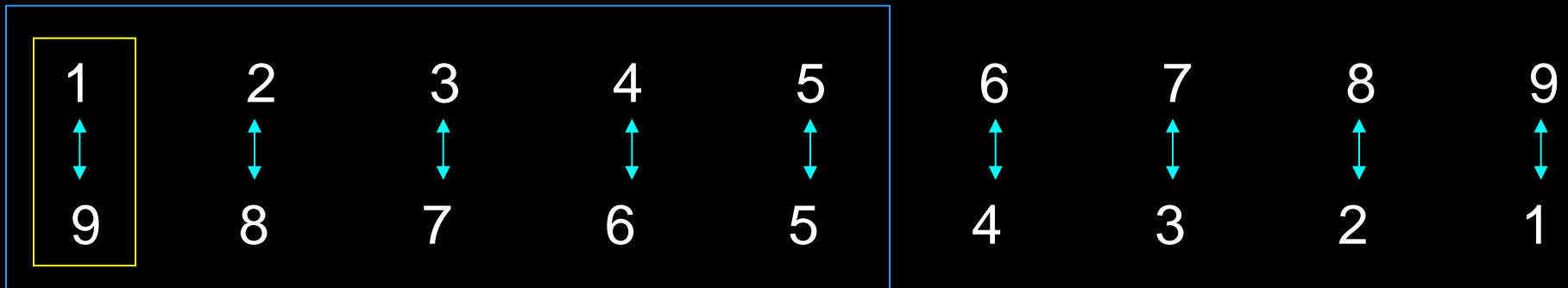


$$N_1 + N_2 = 10$$

N_1 e N_2 são números naturais

$$N_1 \leq N_2$$

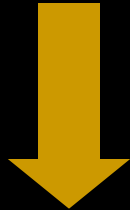
Um e somente um dos números é primo



Na Interpretação Geofísica:

- A informação a priori deve provir do conhecimento geológico
- Toda e qualquer informação relevante deve ser usada

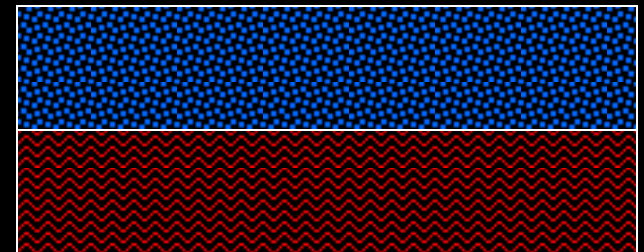
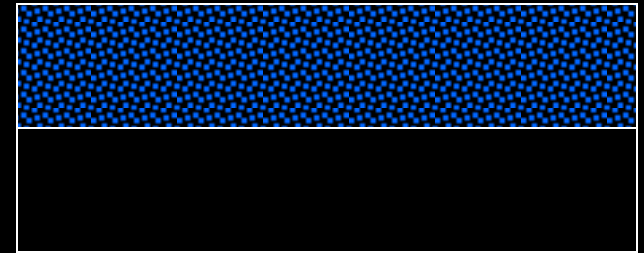
Problema geofísico
inverso mal-posto



Estabilizadores
matemáticos



Problema geofísico
inverso bem-posto



Informação:

Problema geofísico inverso mal-posto

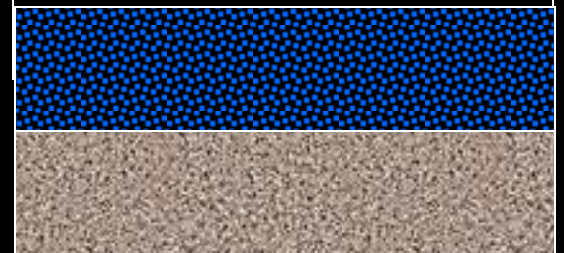
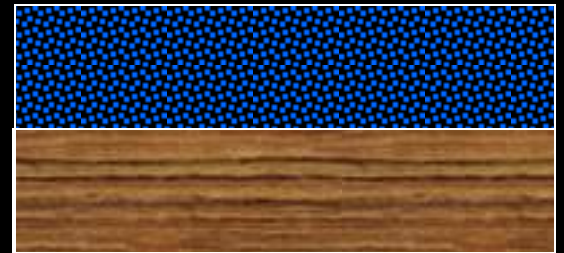
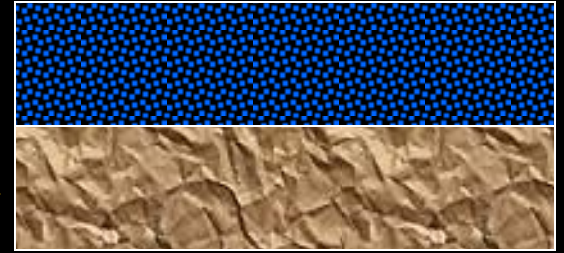
$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^N p_i^2$$

$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^{N-1} (p_{i+1} - p_i)^2$$

$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^N \frac{p_i^2}{p_i^2 + \varepsilon^2}$$

$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^N p_i^2 \frac{(d_i^2 + k_i^2)v_i}{|p_i| + \varepsilon}$$

Problema geofísico inverso bem-posto



As condições matemáticas que levam a

Unicidade

Estabilidade

Podem ser interpretadas em termos de

Informação Geológica



4ª FASE: a partir de 80

- **Base Informativa:**

- Melhora considerável na qualidade dos dados: GPS, gradiômetros

- **Base Material:**

- Aumento considerável de memória e velocidade de processamento

- **Base Metodológica:**

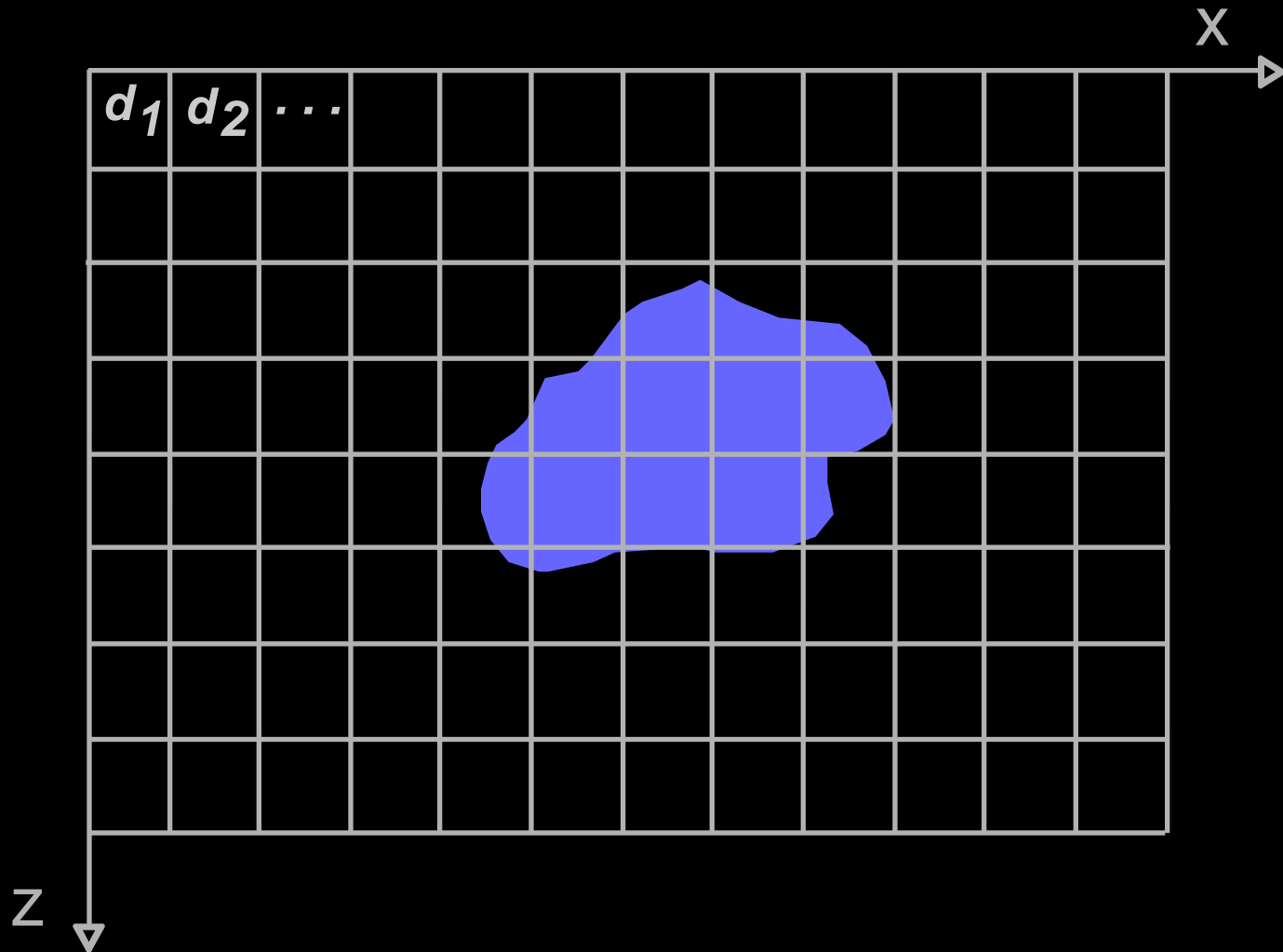
- Interpretação de dados de alta resolução
- Interpretação de dados de gradiente
- Desenvolvimento de métodos que incorporam informações geológicas específicas

Vínculos passíveis de serem introduzidas no problema geofísico inverso

- **Desigualdade**
- **Igualdade absoluta**
- **Igualdade relativa**
- **Igualdade relativa ponderada**
- **Compacidade**
- **Mínimo momento de inércia**
- **Convexidade**

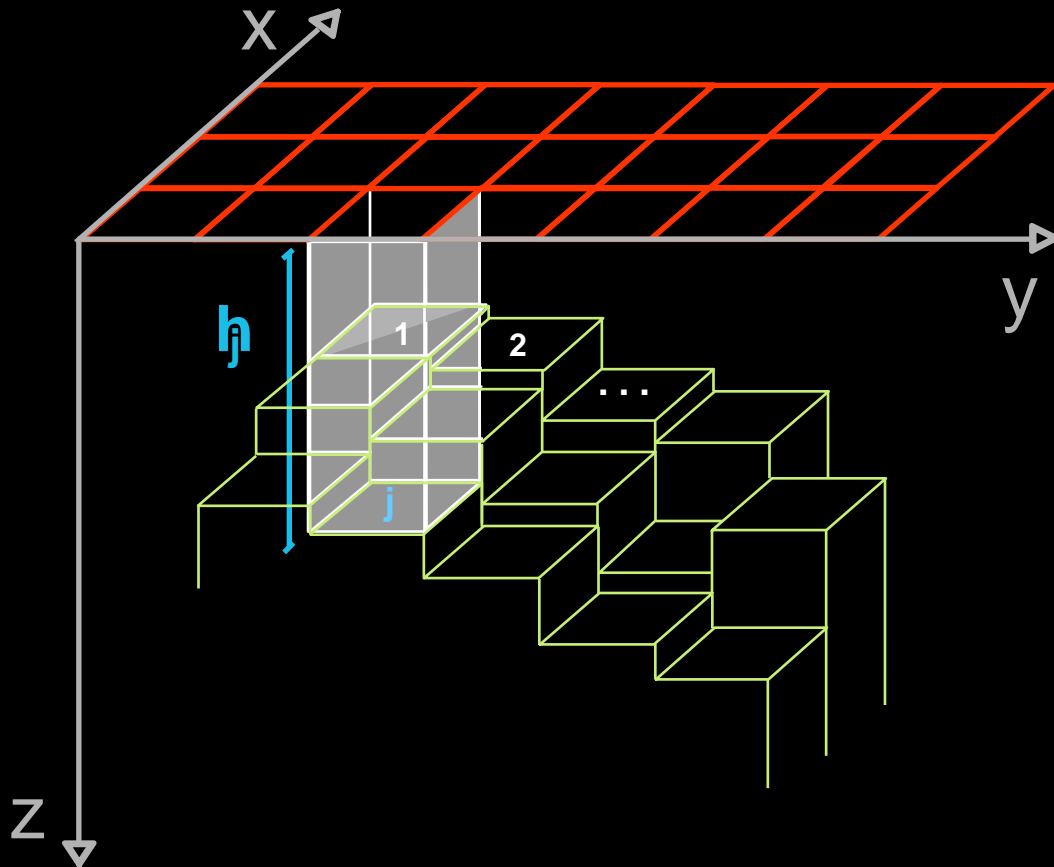
Modo *d*

Os parâmetros a serem estimados são as propriedades físicas de cada célula



Modo h

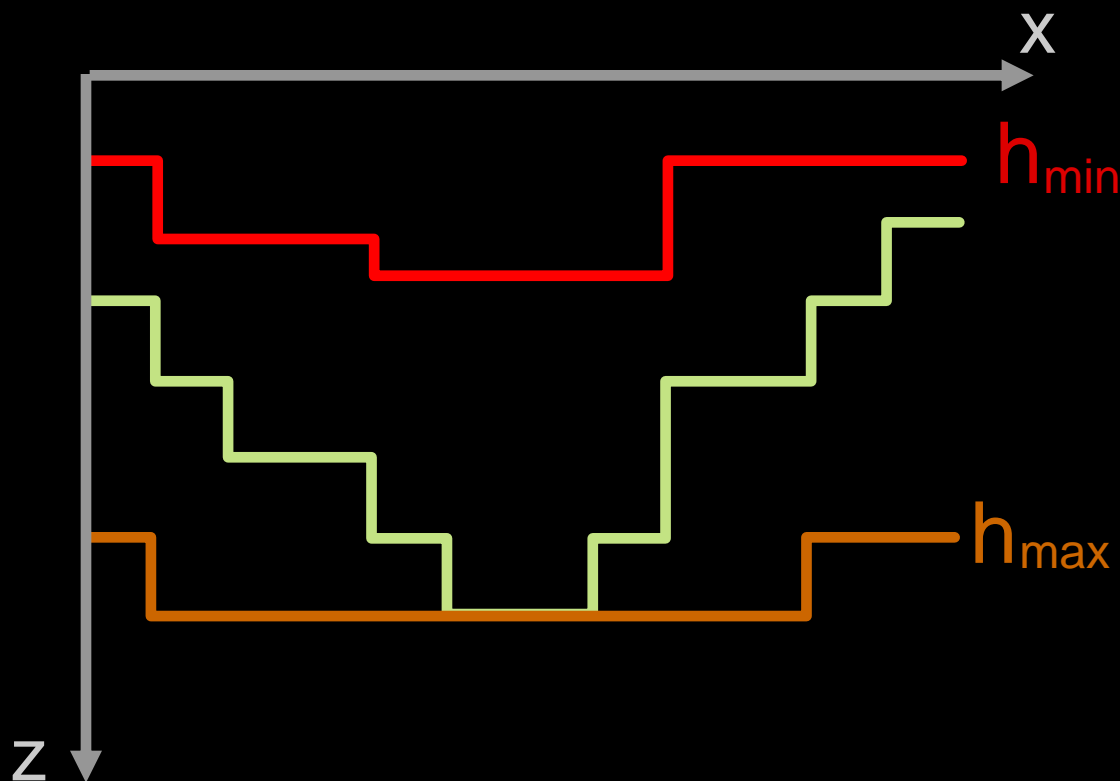
Os parâmetros a serem estimados são as profundidades da fonte em cada célula



Desigualdade

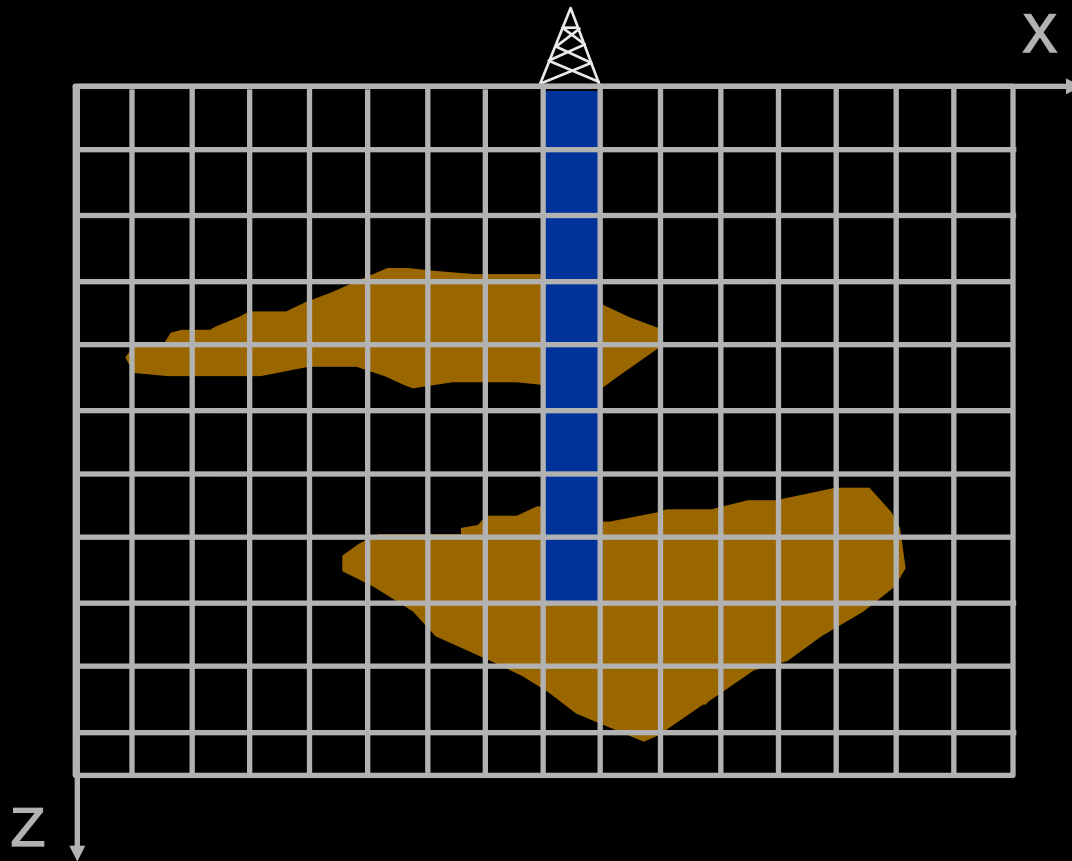
O valor de cada parâmetro está situado entre limites rígidos

$$h_{\min_i} < h_i < h_{\max_i}$$

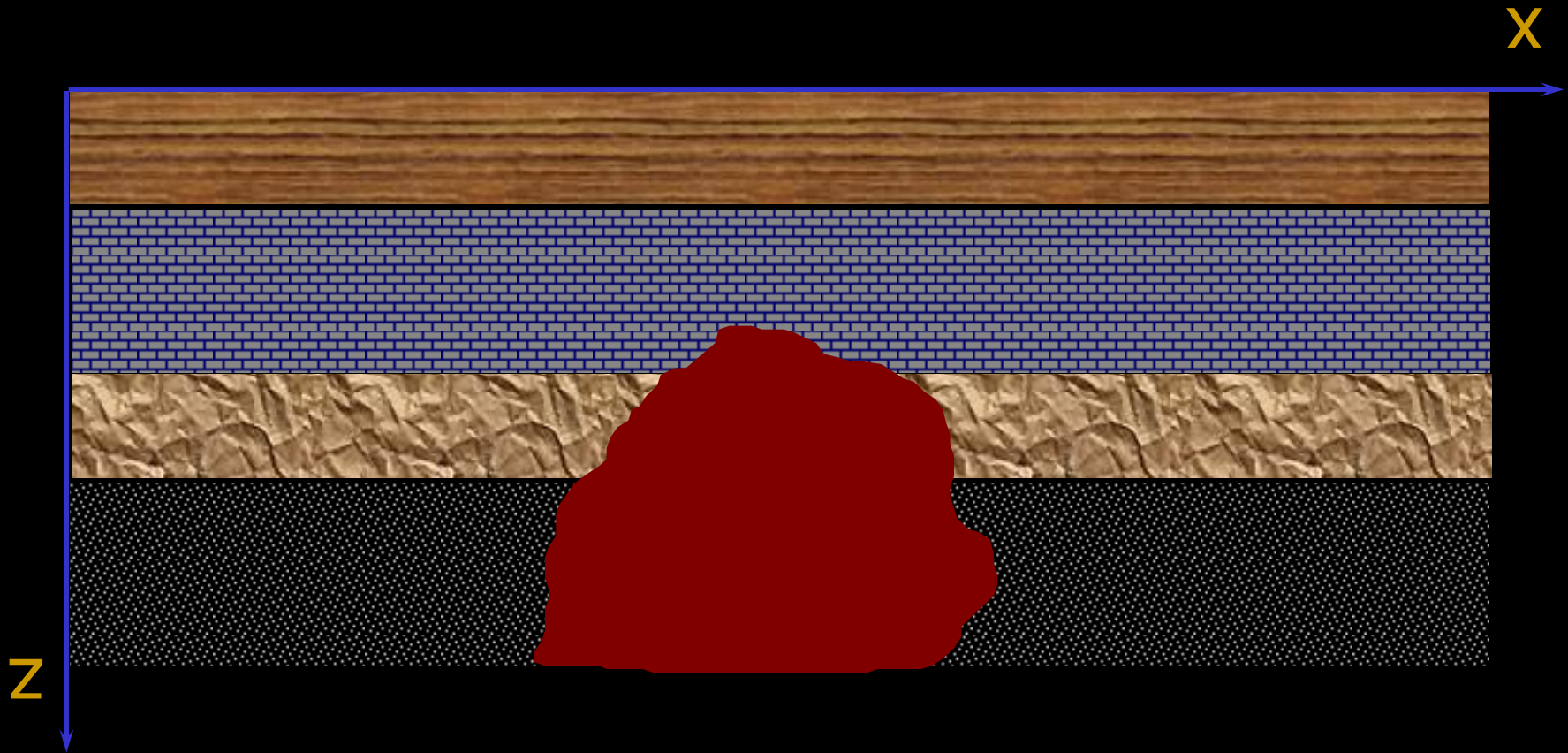


Igualdade absoluta

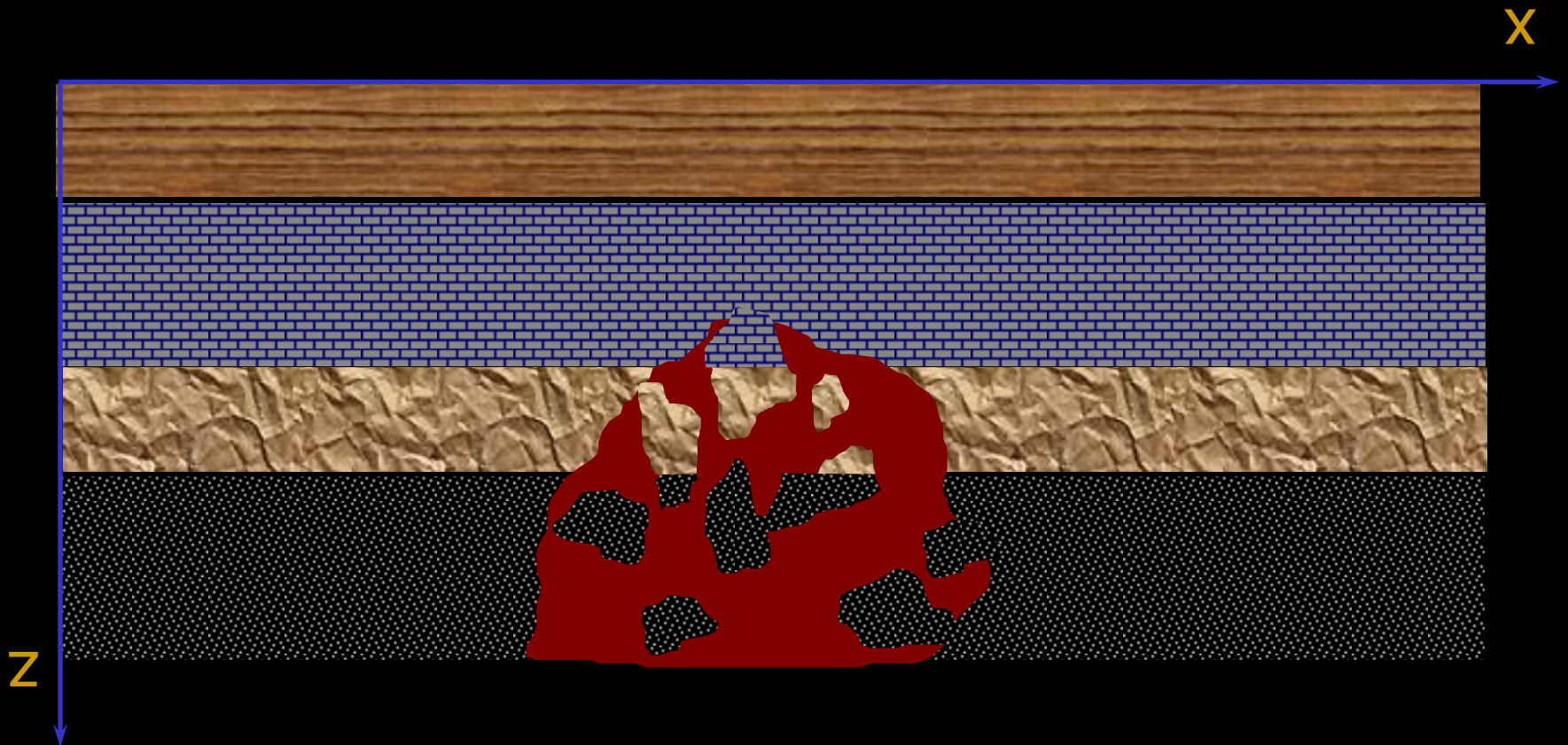
Valores absolutos de alguns parâmetros são conhecidos



Corpo compacto

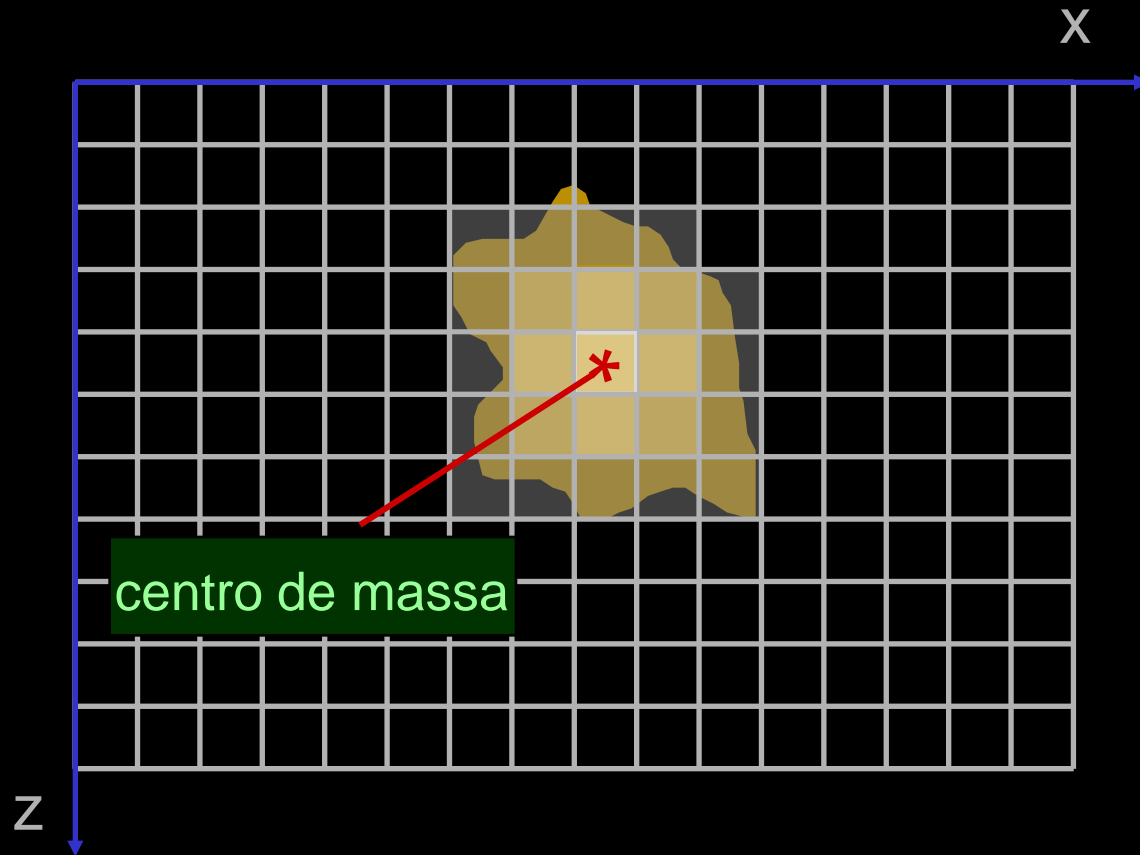


Corpo não compacto

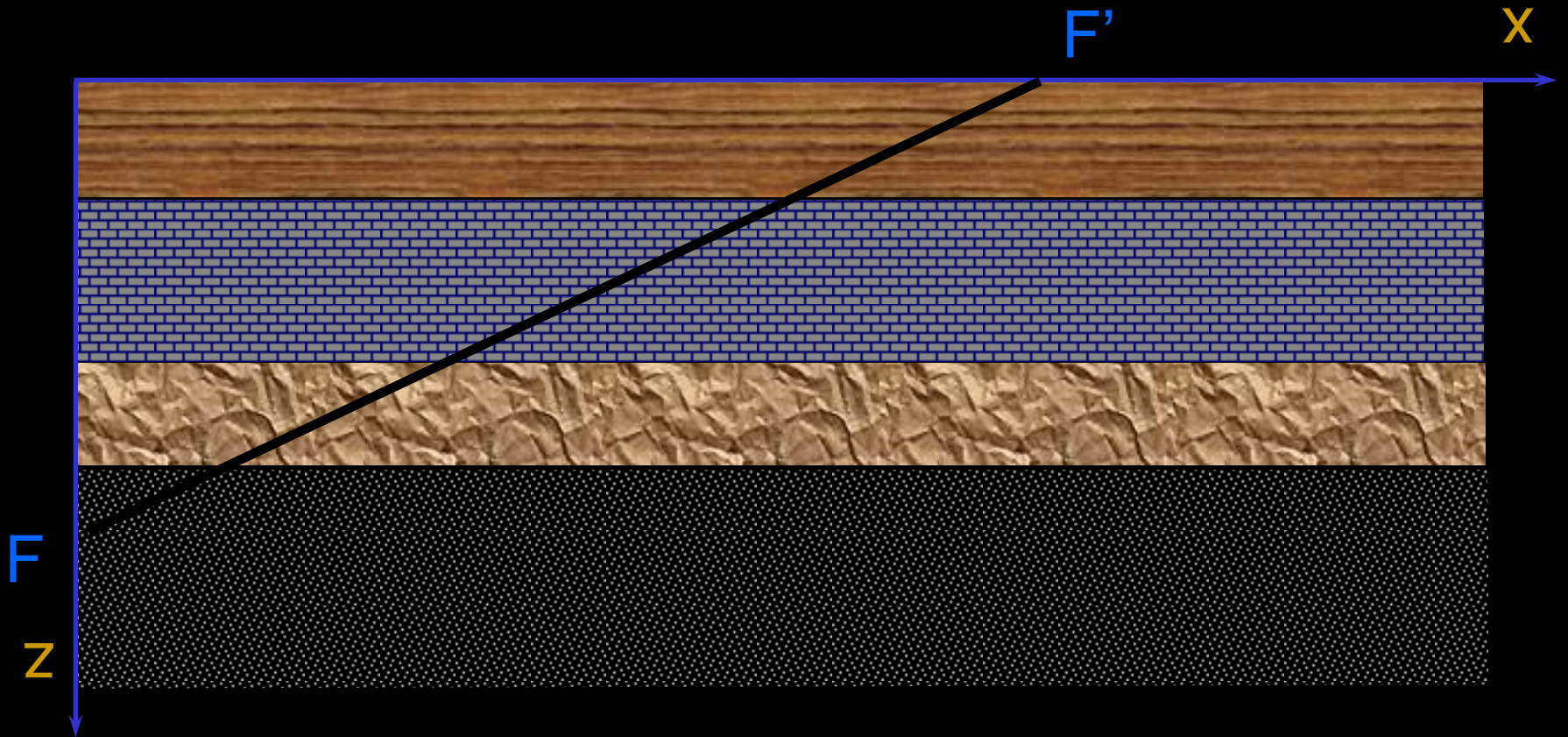


Compacidade

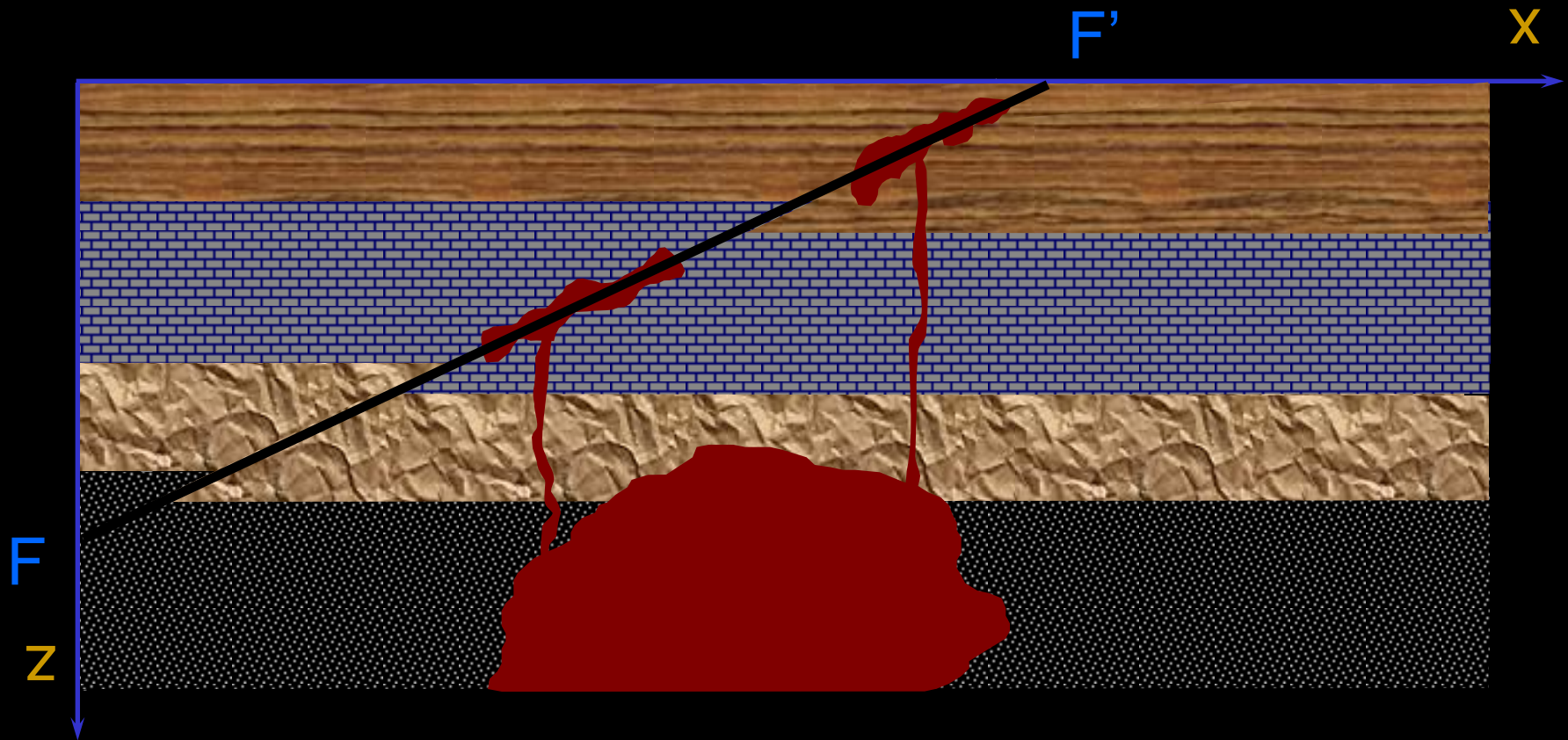
As fontes anômalas estão concentradas no entorno do centro de massa



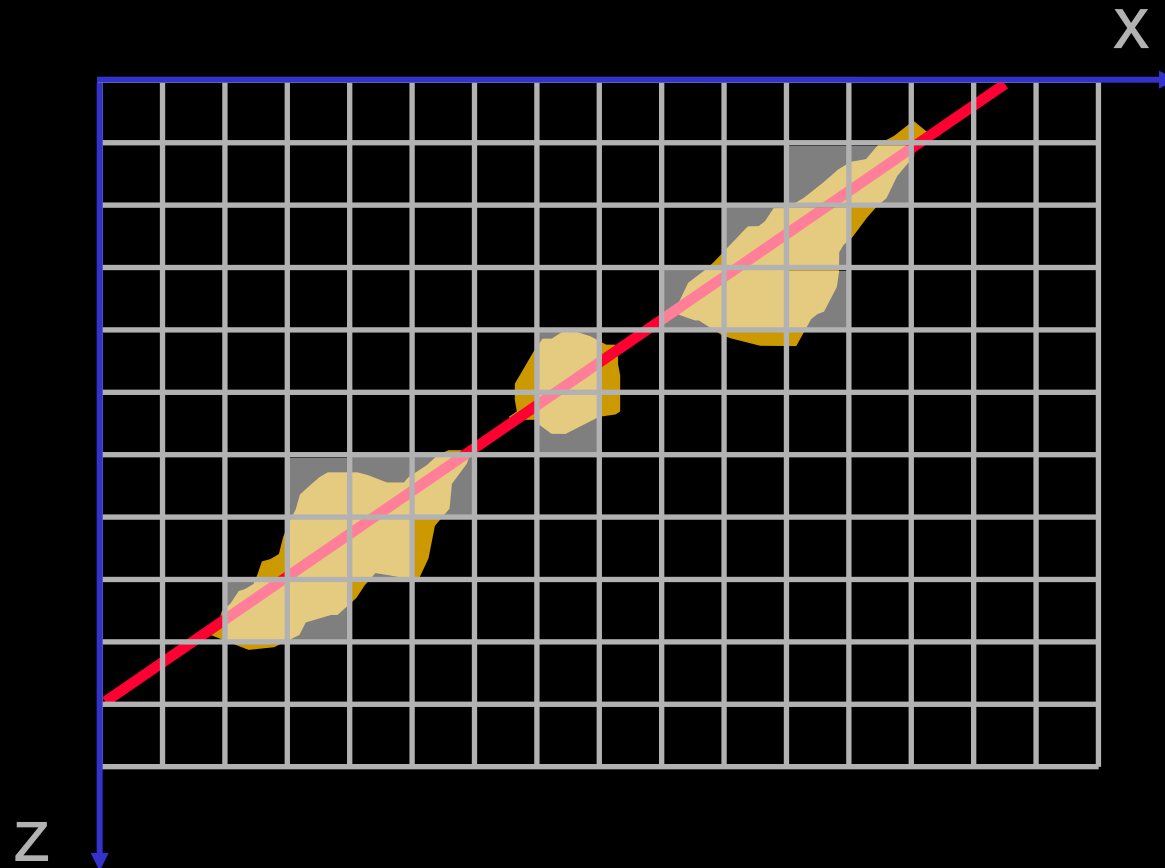
Mínimo momento de inércia



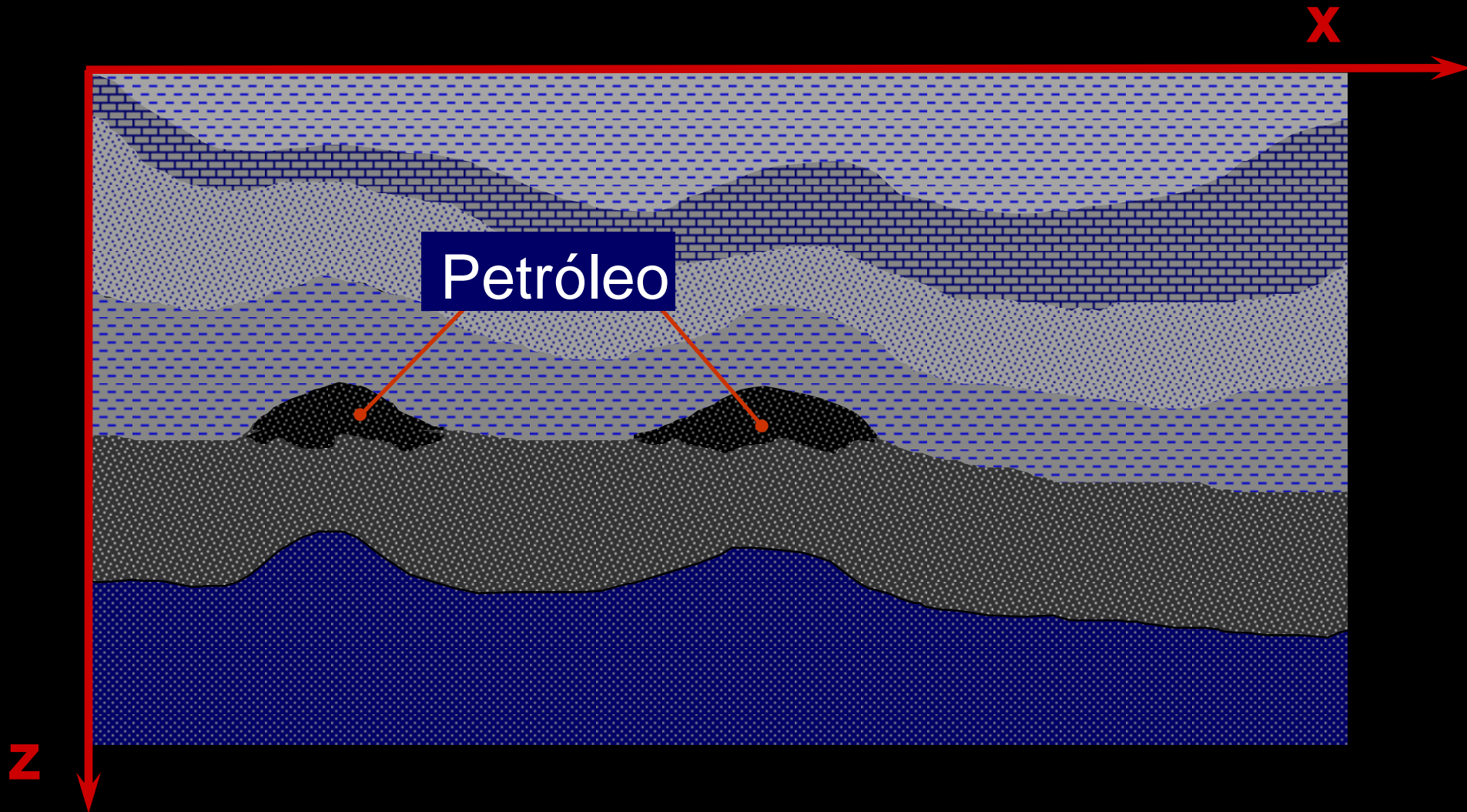
Mínimo momento de inércia



Mínimo momento de inércia



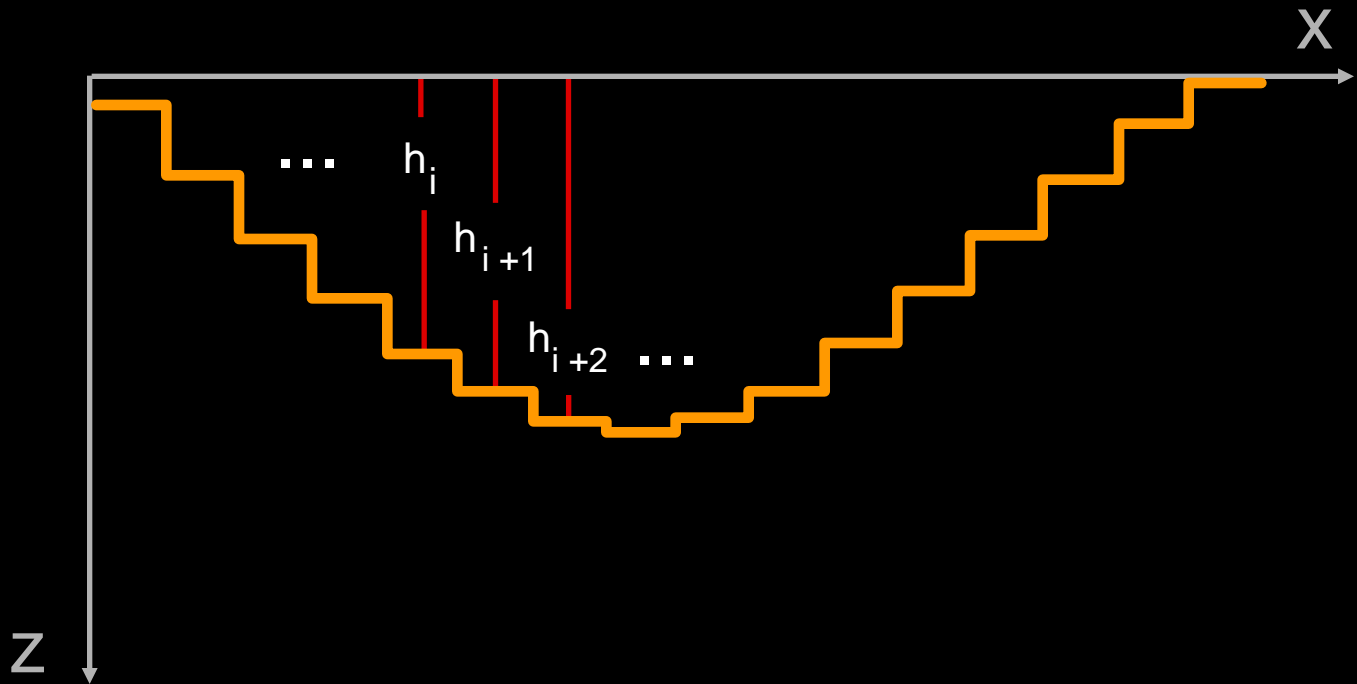
Igualdade relativa (Suavidade)



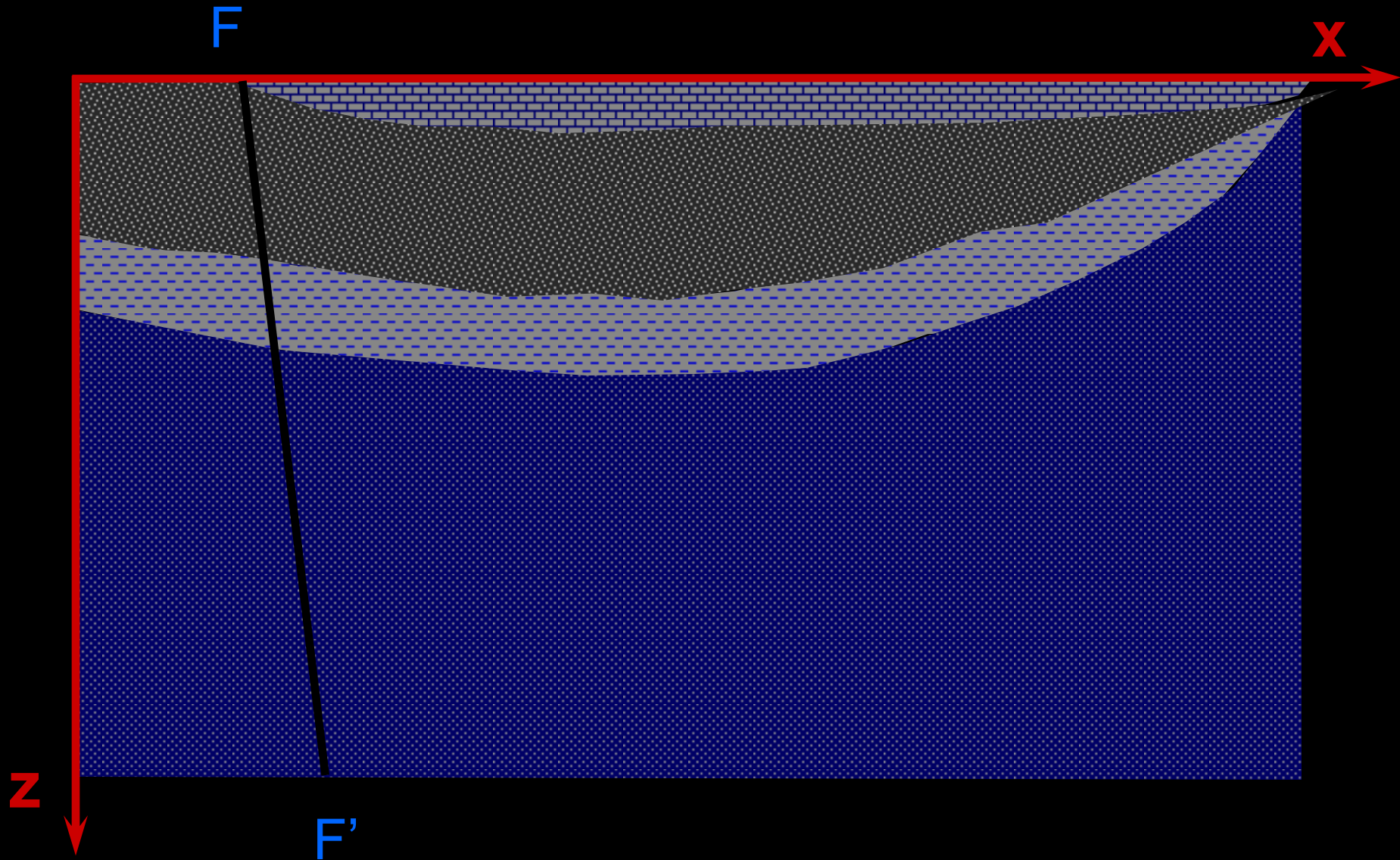
Igualdade relativa

Valores de parâmetros adjacentes devem estar o mais próximo possível

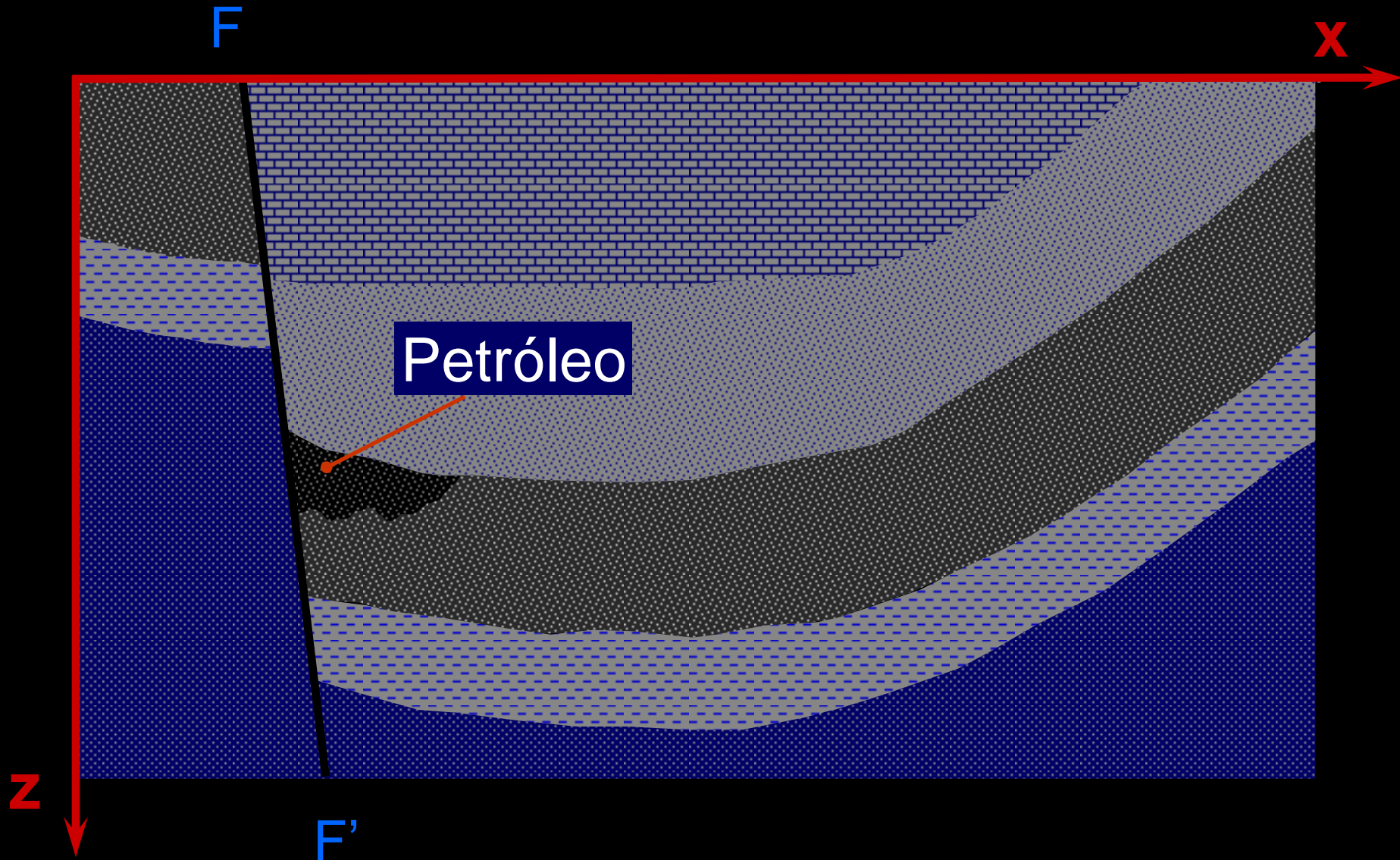
$$h_i \cong h_{i+1} \cong h_{i+2}$$



Igualdade relativa ponderada



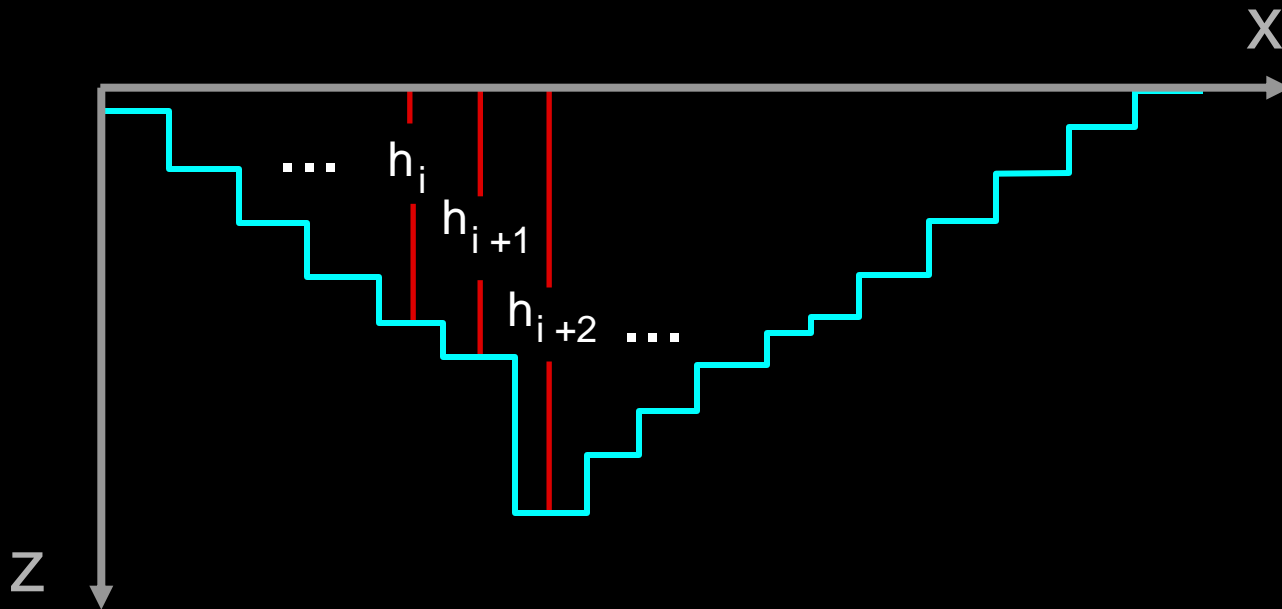
Igualdade relativa ponderada



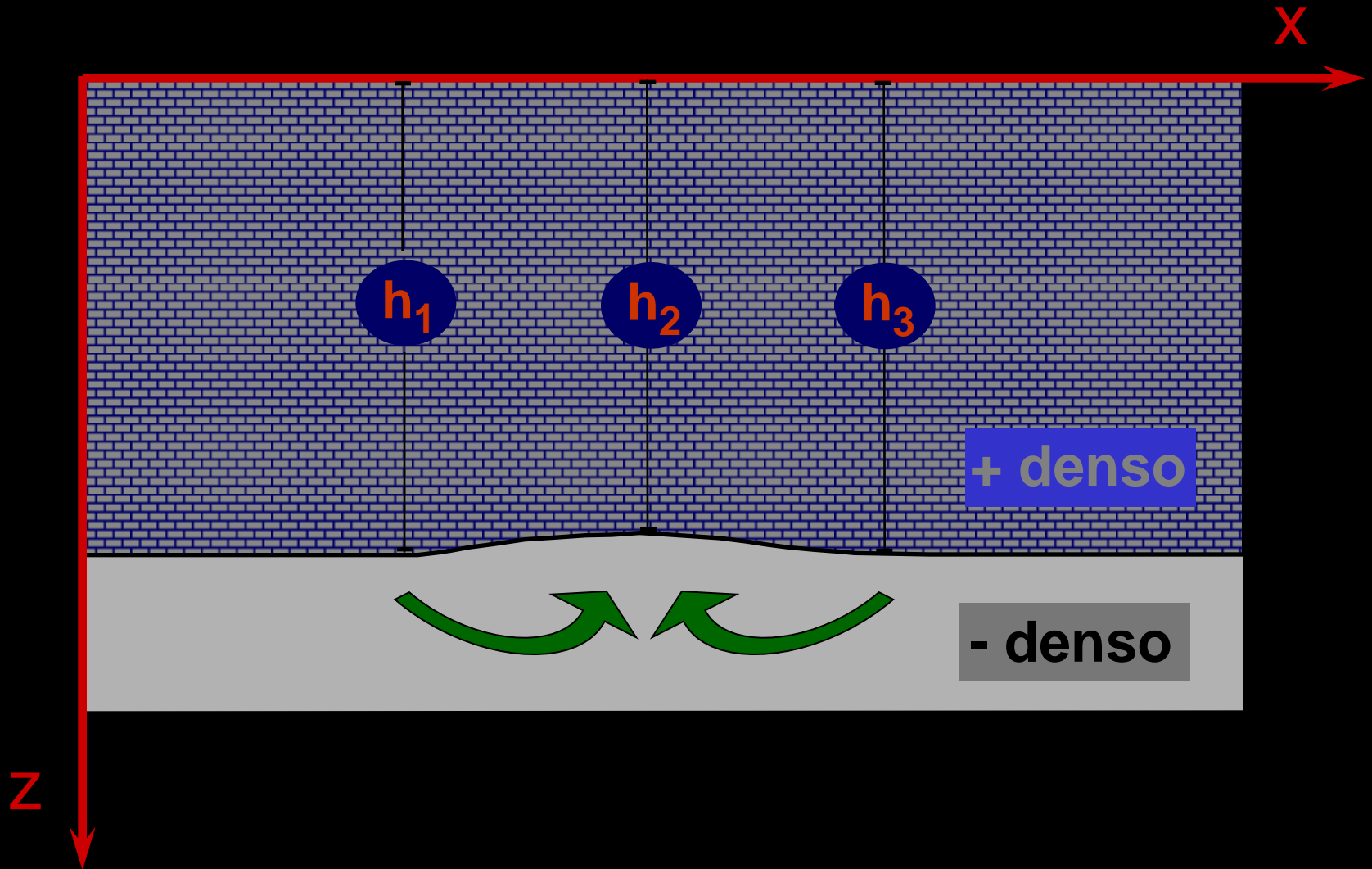
Igualdade relativa ponderada

Valores de *alguns grupos* de parâmetros adjacentes devem estar o mais próximo possível

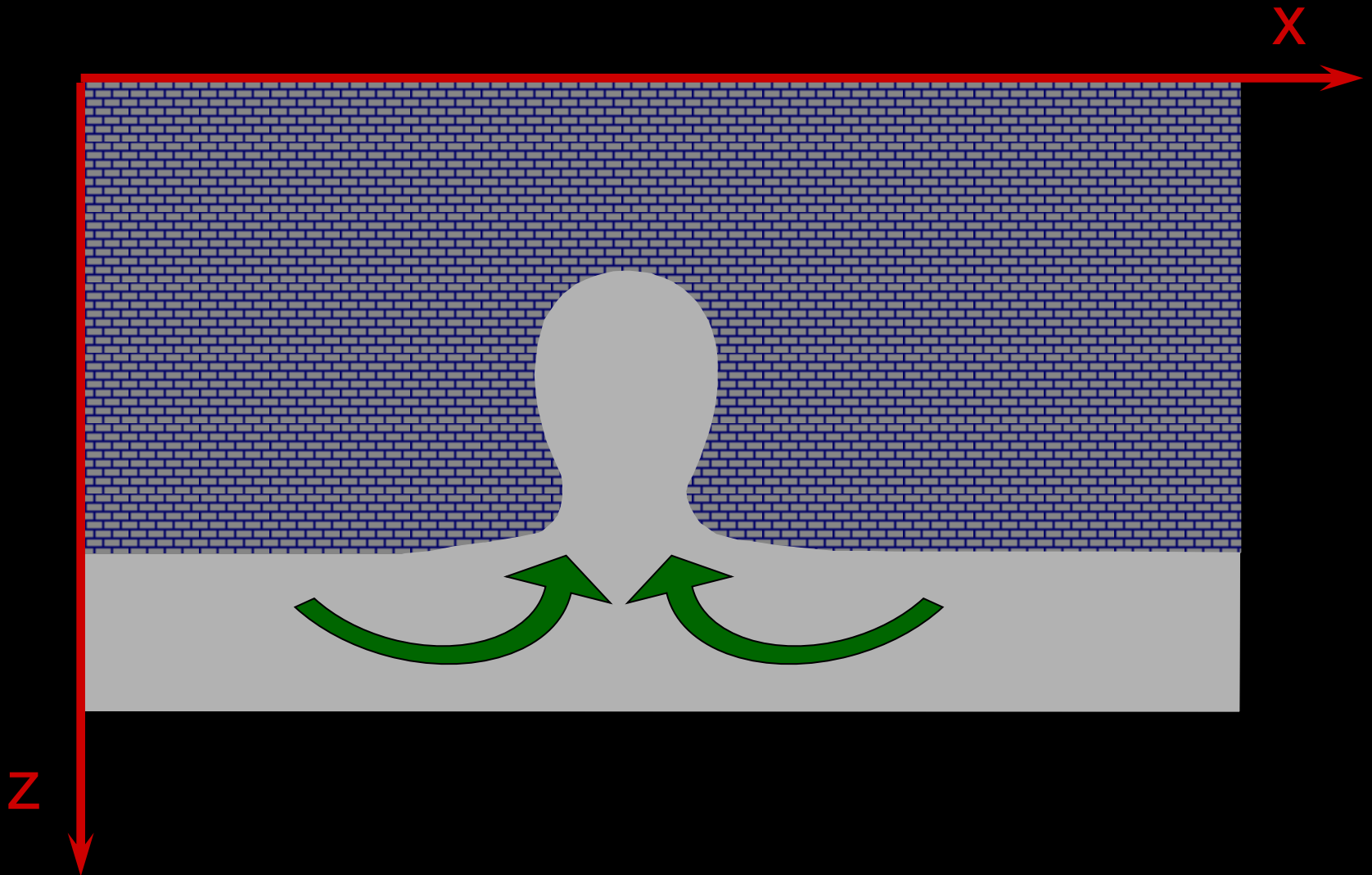
$$h_i \cong h_{i+1} \neq h_{i+2}$$



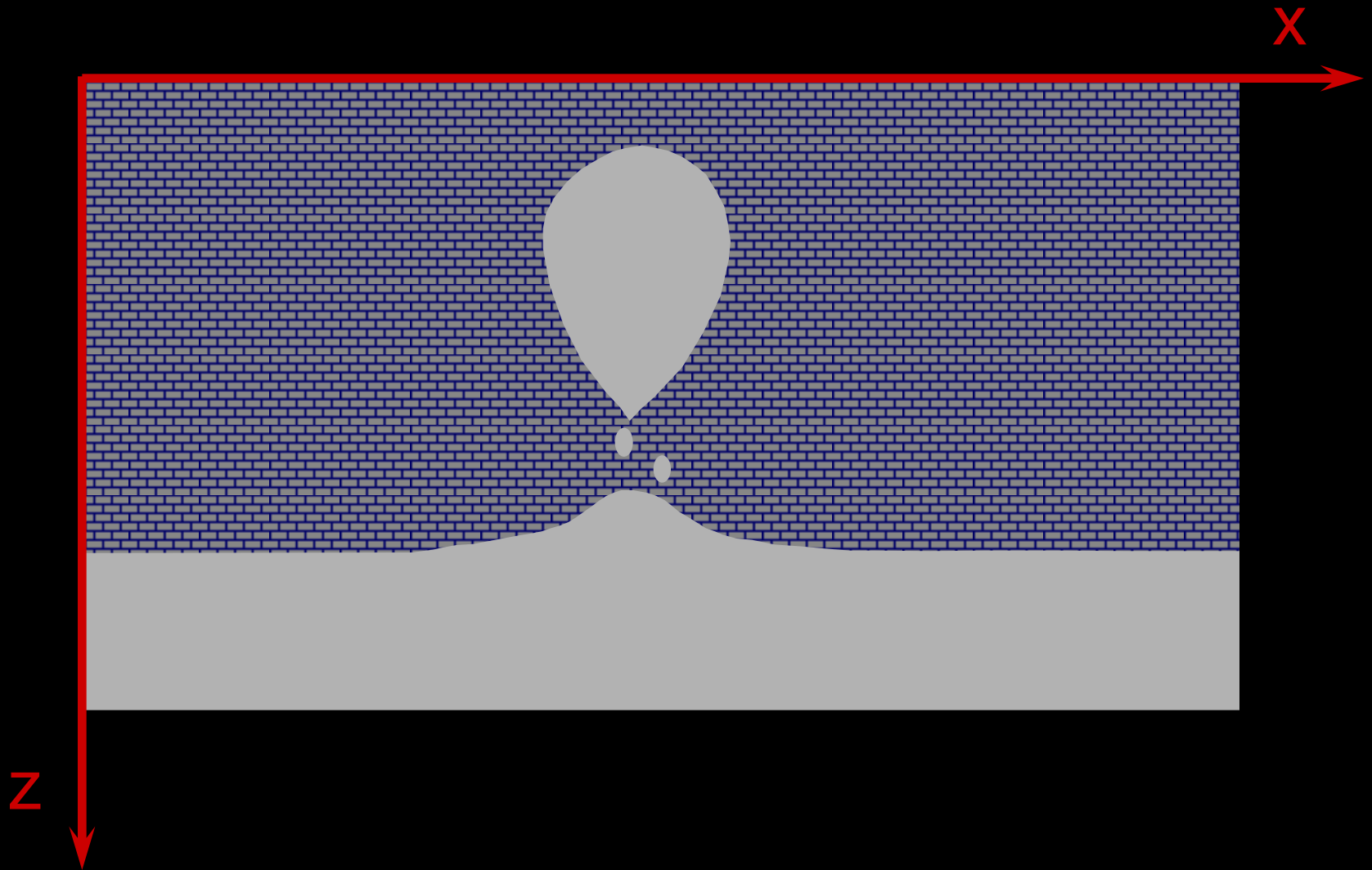
Convexidade



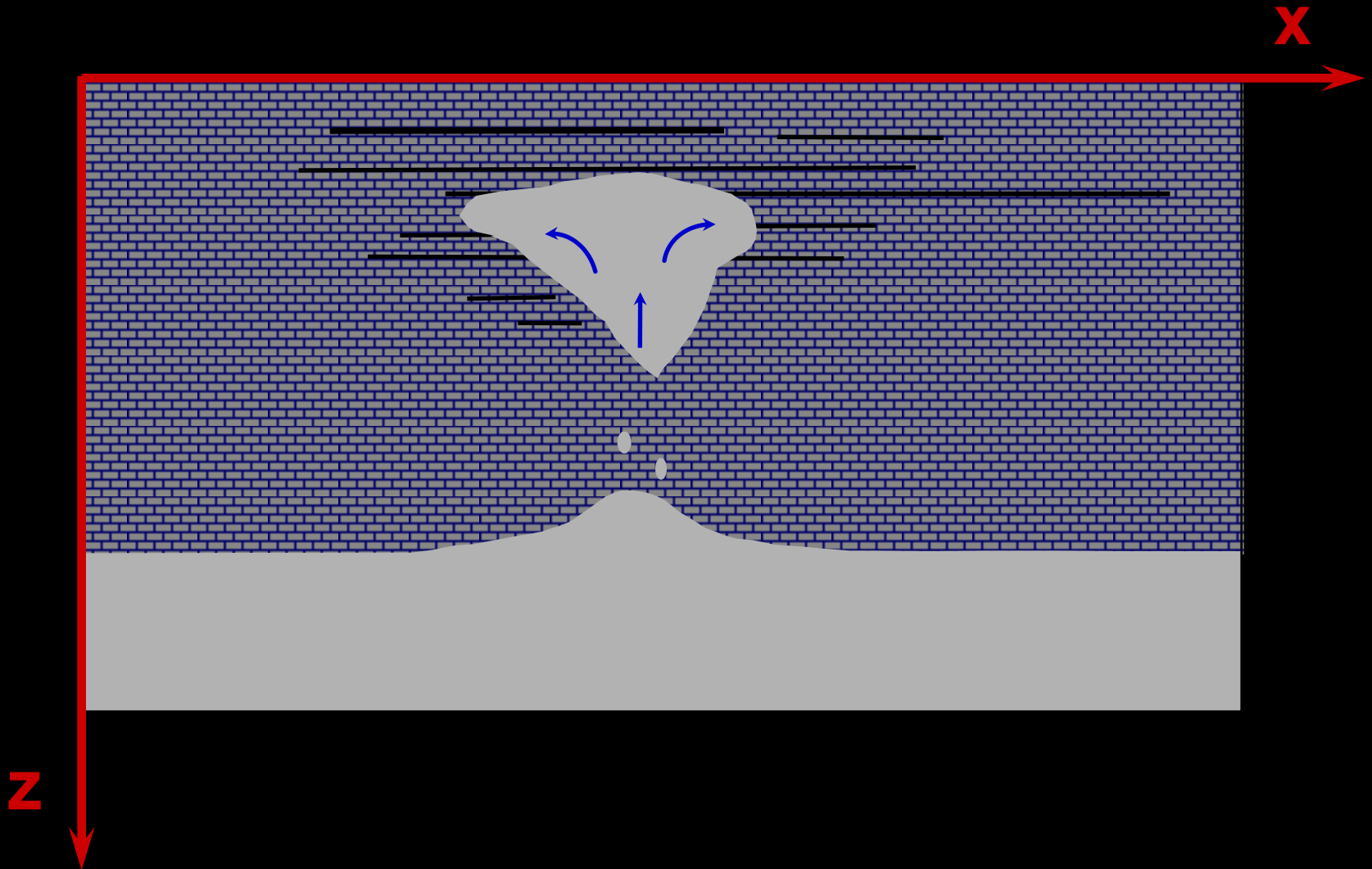
Convexidade



Convexidade

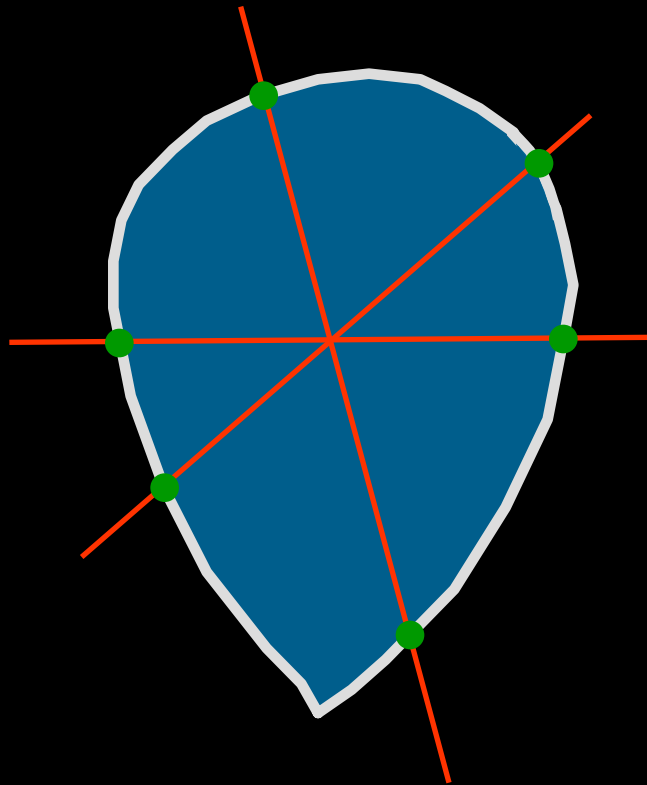


Convexidade



Convexidade

Retas ao longo de qualquer direção cortam o corpo em apenas 2 pontos

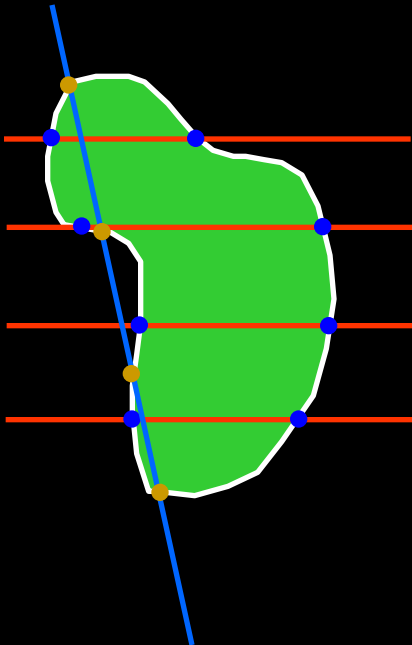


Convexidade

Direcional

Global

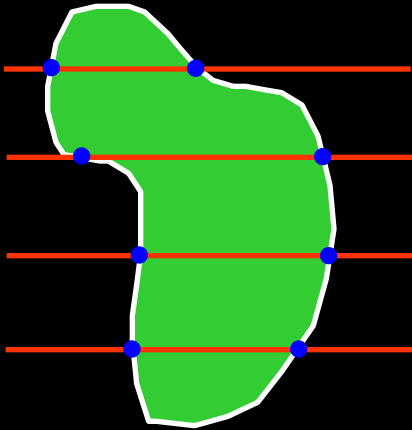
Retas ao longo de uma direção
cortam o corpo em apenas 2 pontos



Convexidade

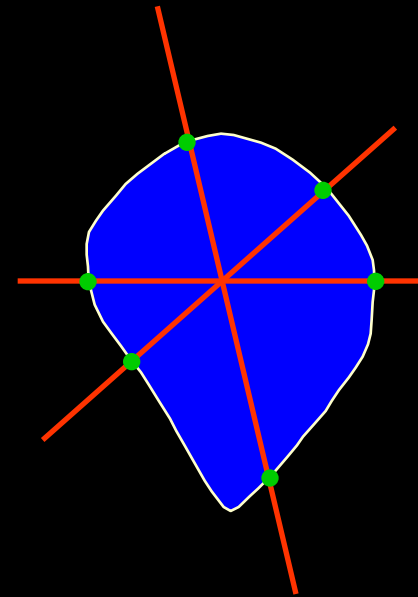
Direcional

Retas ao longo de uma direção cortam o corpo em apenas 2 pontos



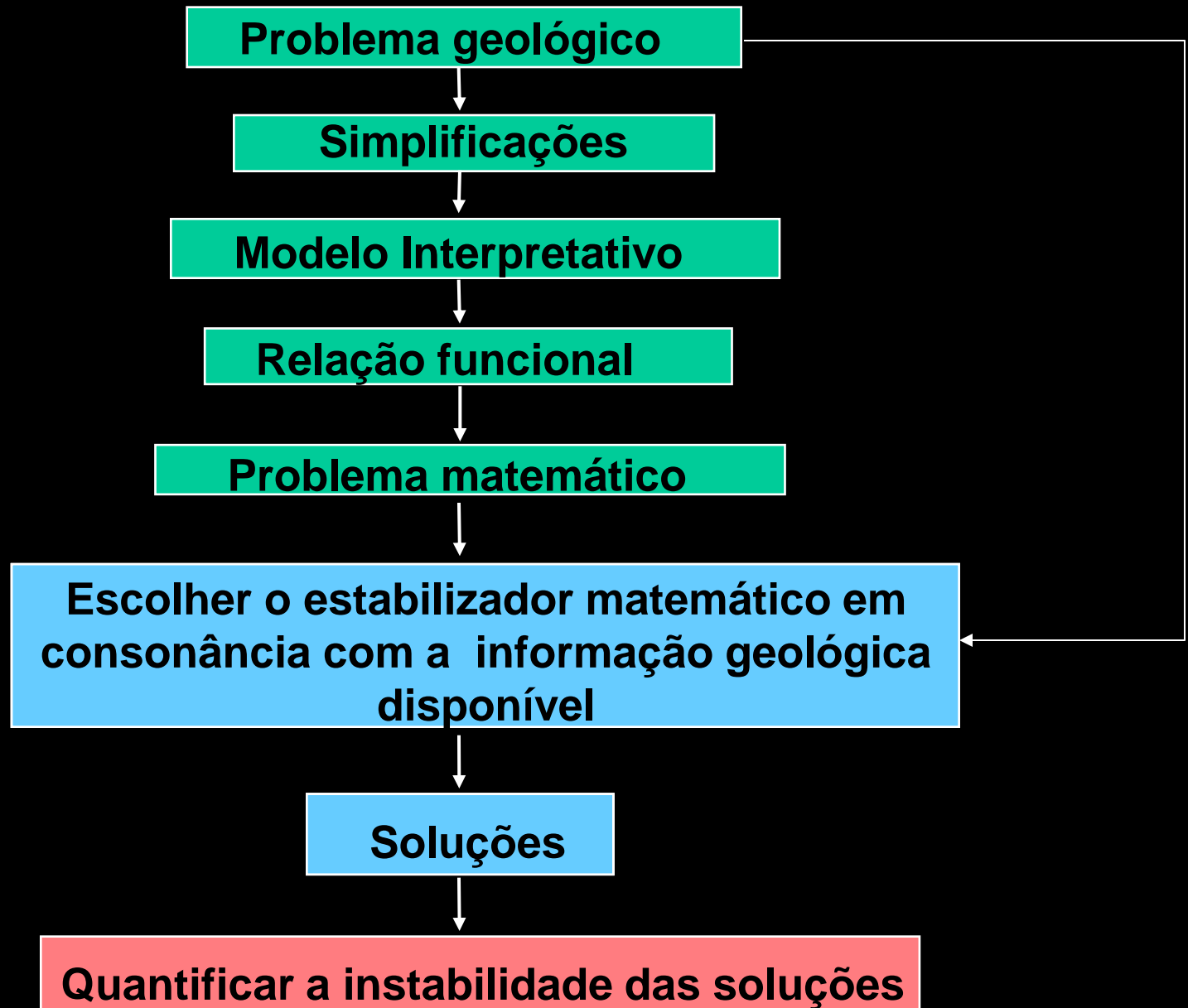
Global

Retas ao longo de qualquer direção cortam o corpo em apenas 2 pontos

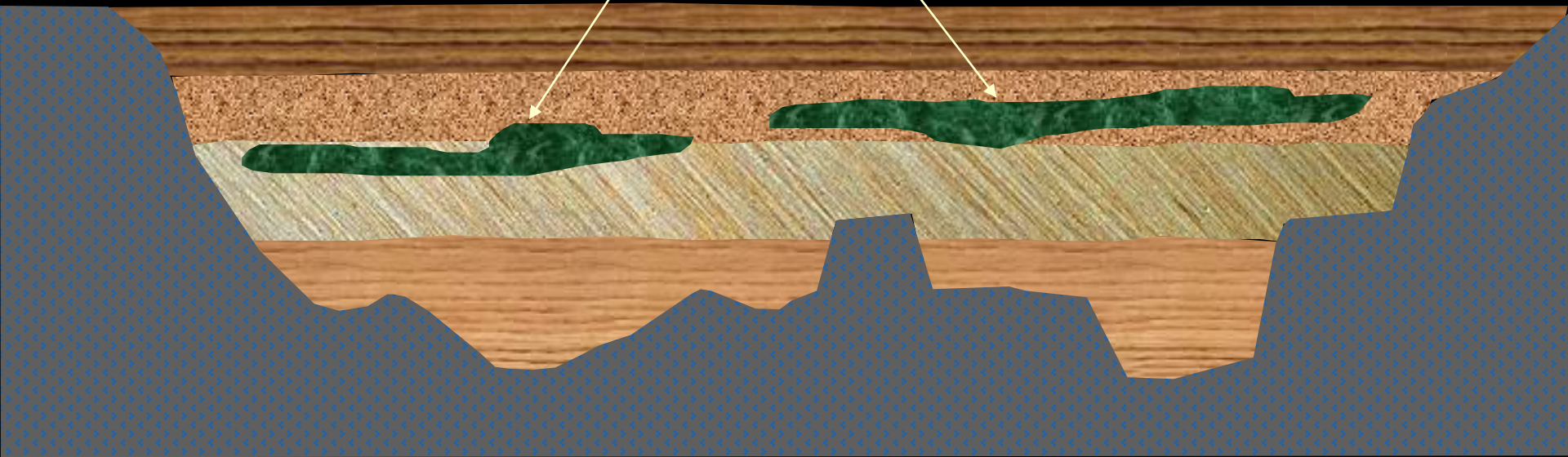


A resolução de um problema inverso consiste em 3 etapas:

- Formulação do problema
- Construção da solução
- Avaliação da solução



Soleiras

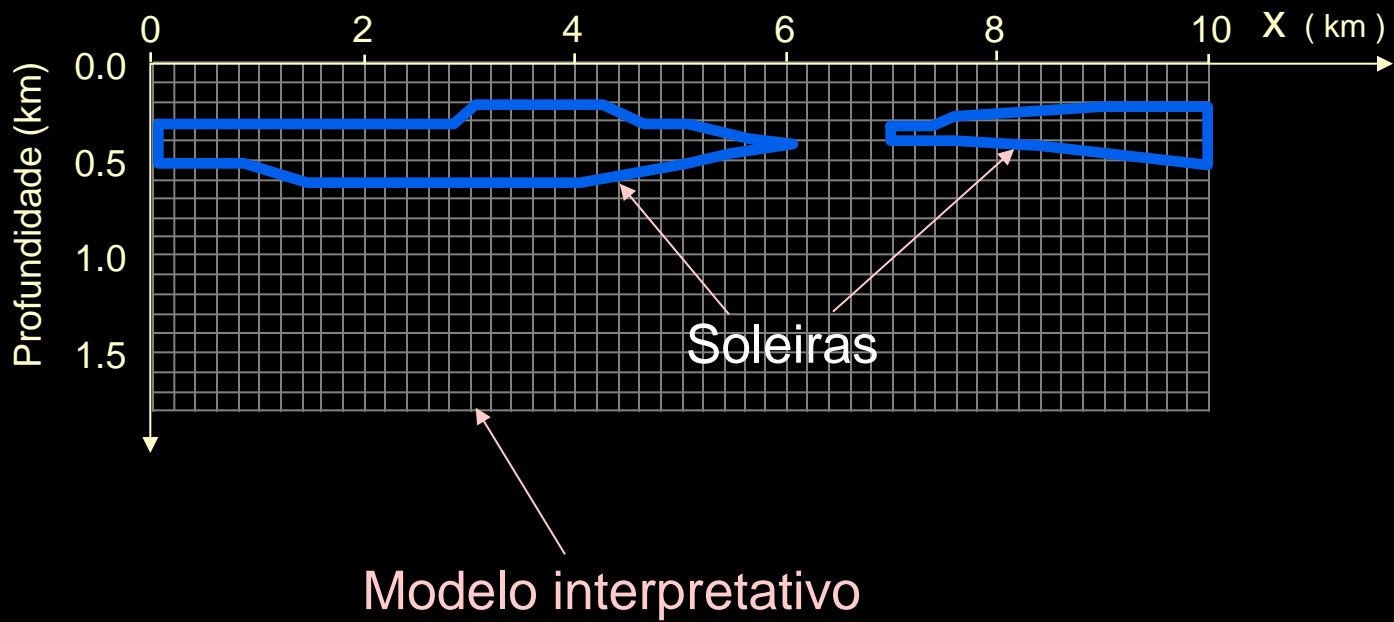
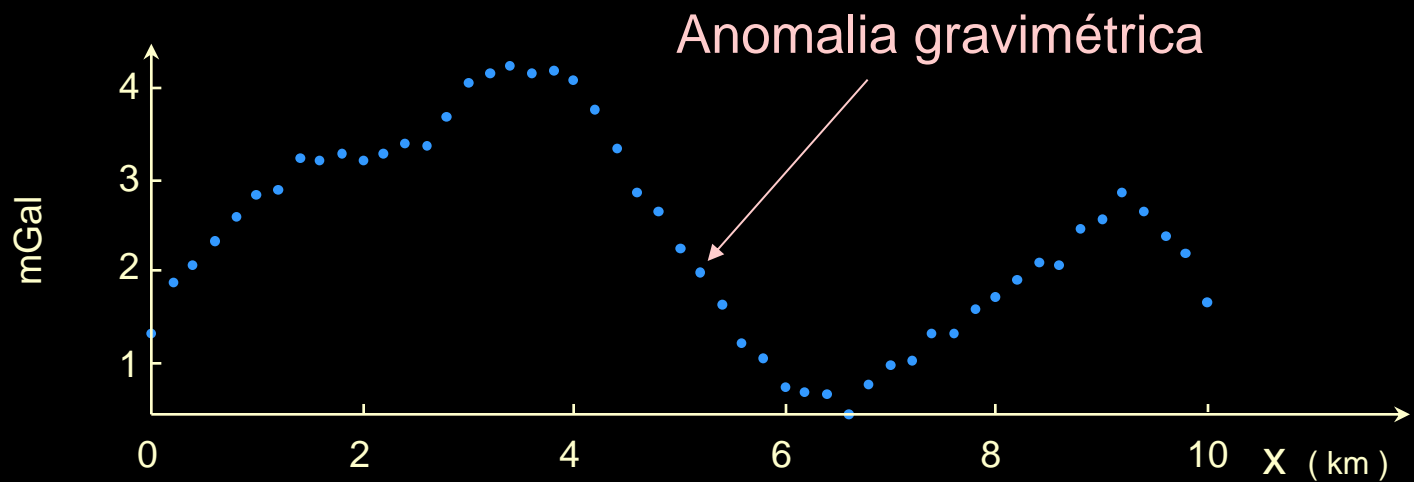


Simplificações: Problema geológico:

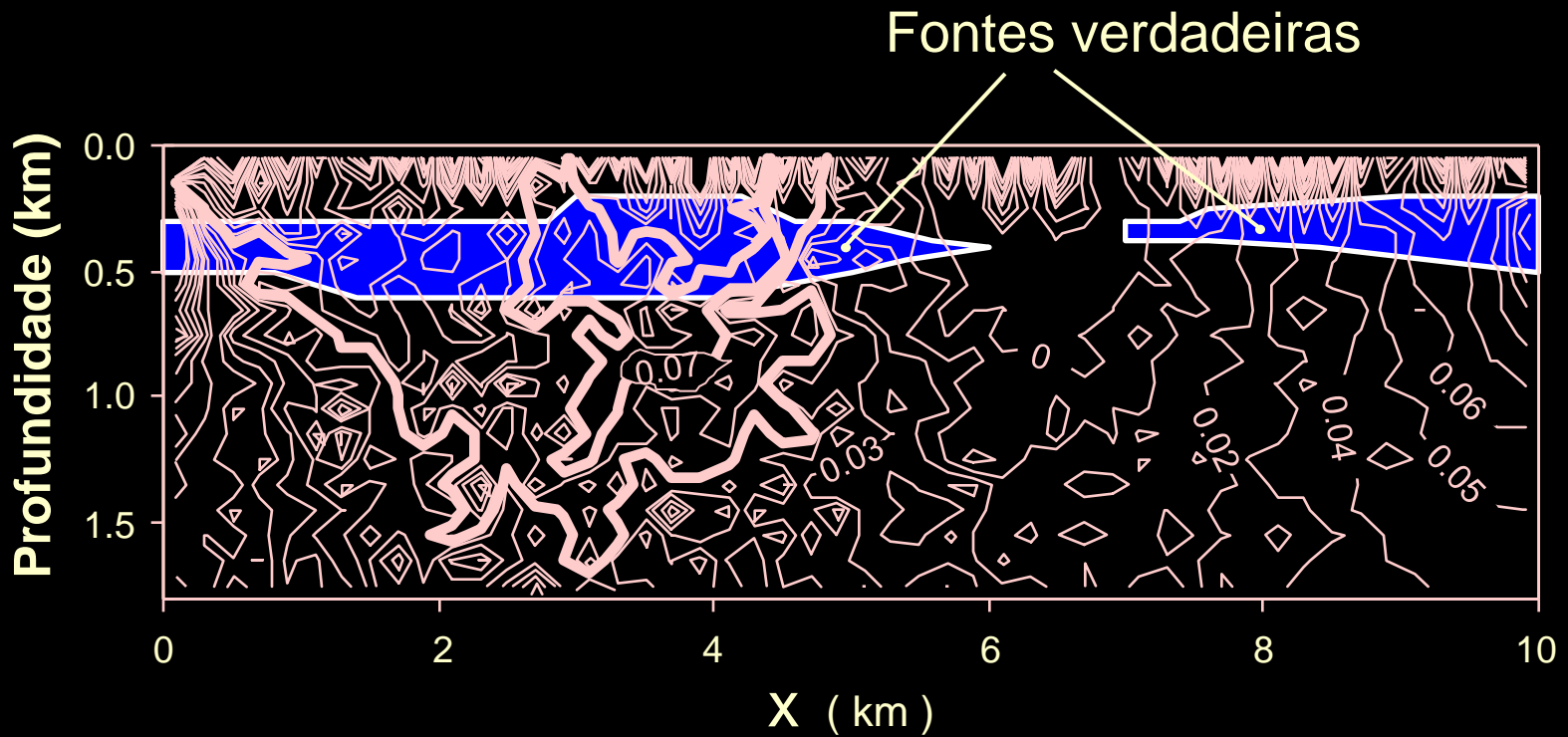
1) Não há contraste lateral ou vertical entre os sedimentos

Localizar e delinear soleiras numa bacia sedimentar

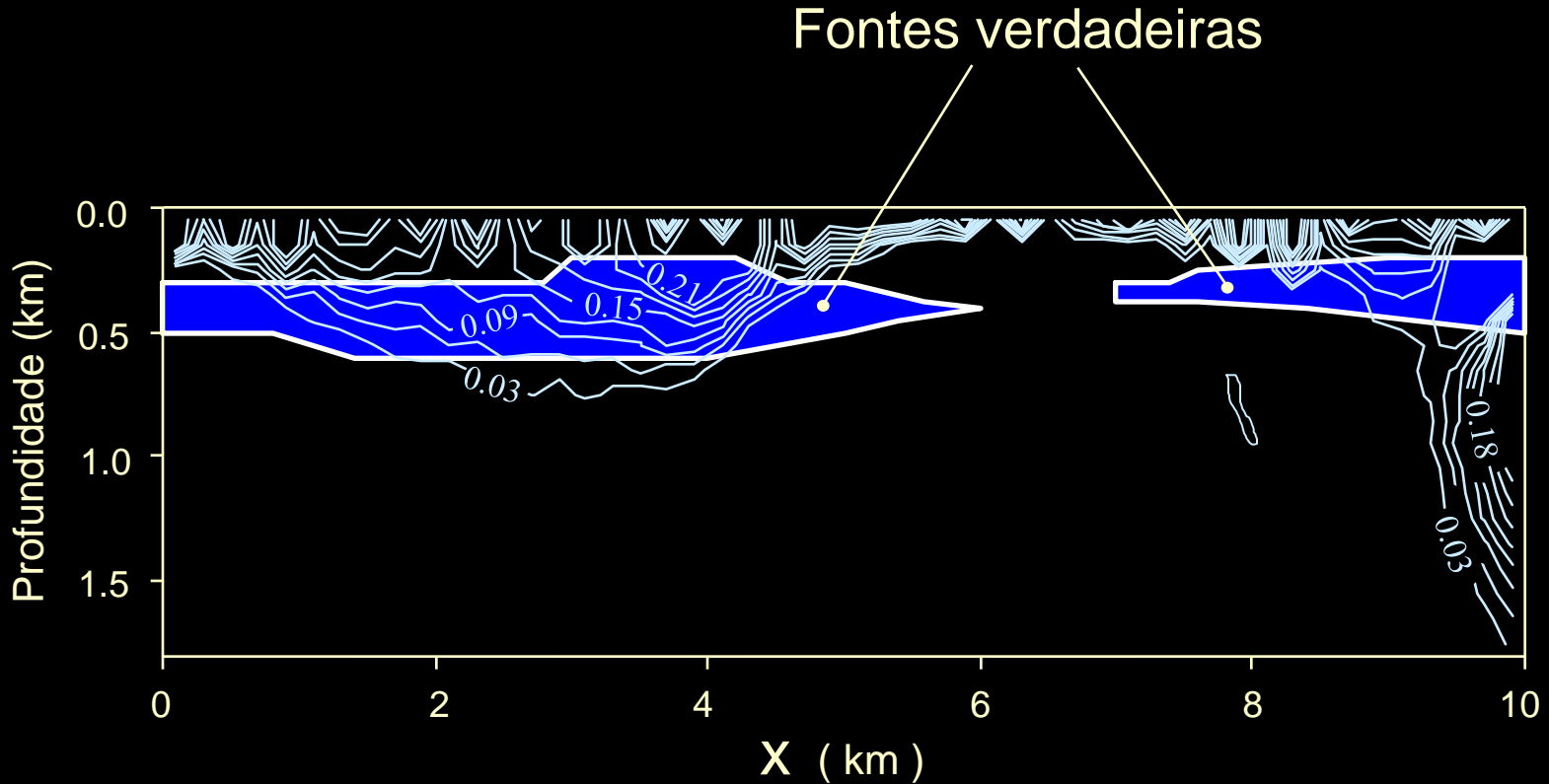
2) Não há contraste entre os sedimentos e o embasamento ou o efeito correspondente foi previamente removido



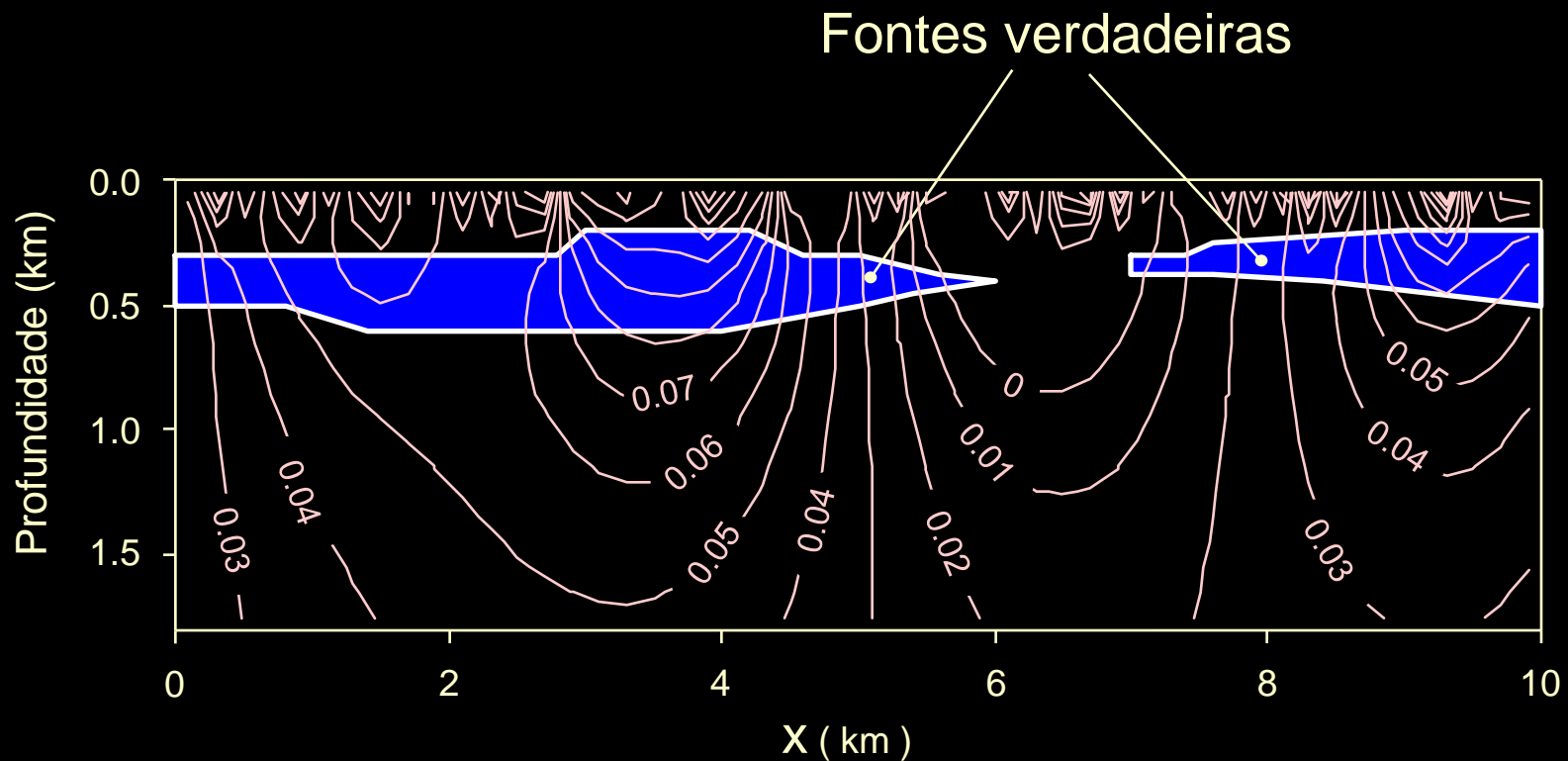
Sem estabilização



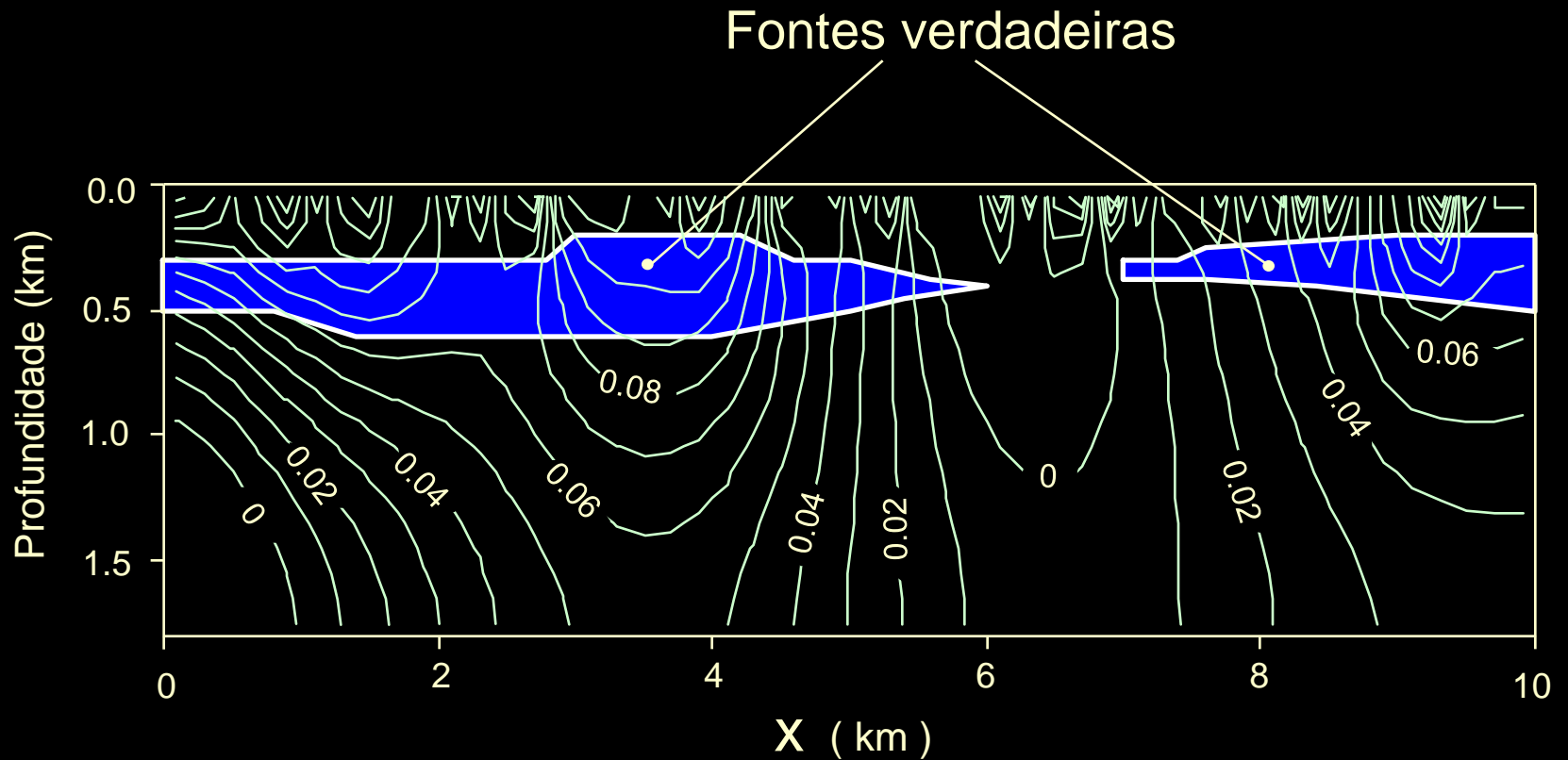
Vínculo de positividade



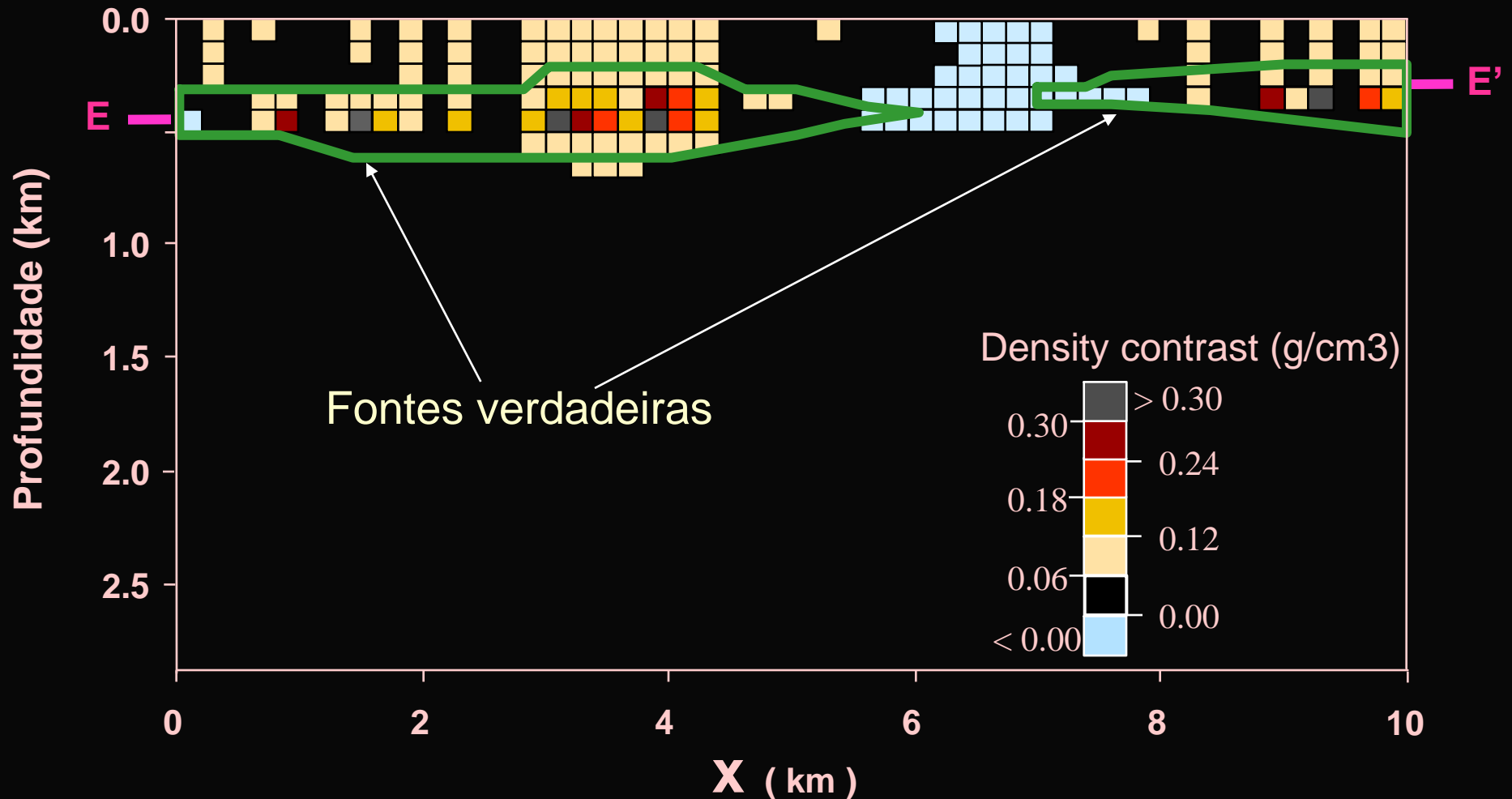
Vínculo de igualdade absoluta (Ridge Regression)



Vínculo de igualdade relativa (Suavidade)



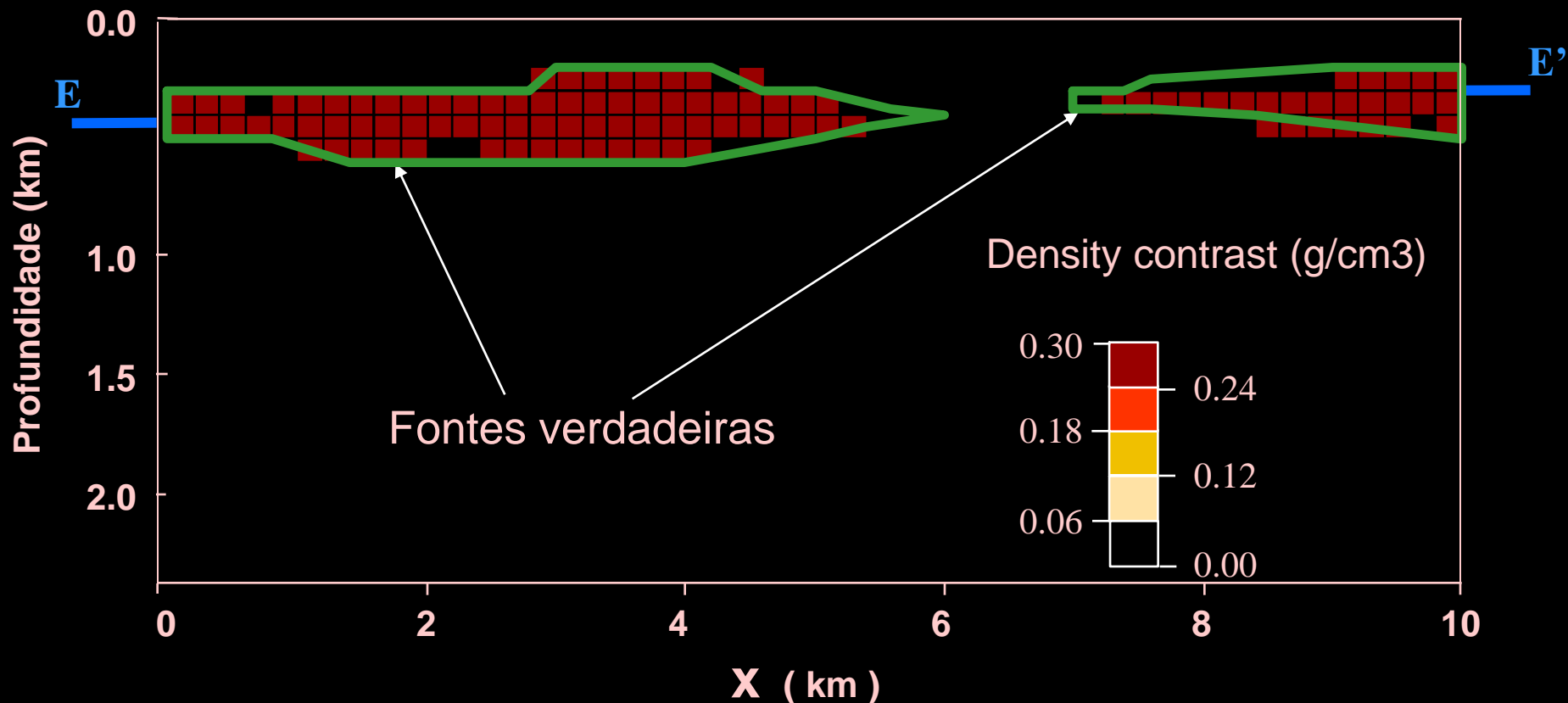
Mínimo momento de inércia



Mínimo momento de inércia

Desigualdade ($0 \leq \rho \leq 0.3$)

Compacidade



Resumo:

O problema geofísico inverso é mal-posto porque os geofísicos tentam extrair mais informação que aquela contida nos dados

Como consequência, a solução:

- Ou não existe
- Ou não é única
- Ou não é estável

Objetivos:

Como proceder diante de um problema mal-posto?

Opções:

- Desistir
- Melhorar o desenho de experimento
- Reduzir a demanda de informação
- Introduzir informação a priori

Objetivos:

Problema geofísico
inverso mal-posto

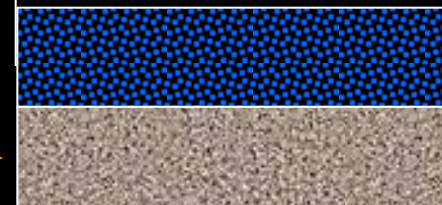
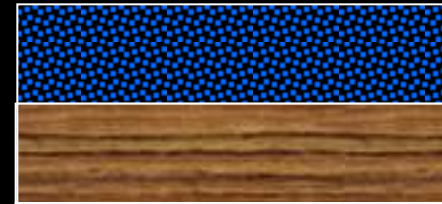
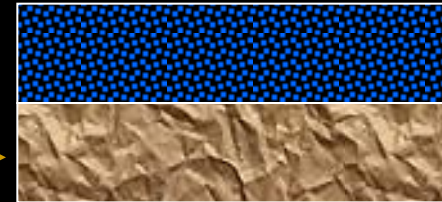
$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^N p_i^2$$

$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^{N-1} (p_{i+1} - p_i)^2$$

$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^N \frac{p_i^2}{p_i^2 + \varepsilon^2}$$

$$H(\mathbf{p}) = \sum_1^N p_i^2 \frac{(d_i^2 + k_i^2) v_i}{|p_i| + \varepsilon}$$

Problema geofísico
inverso bem-posto



Objetivos:

**Associar a alguns ambientes geológicos
os estabilizadores matemáticos mais
adequados**

